Office - Peters Hall

NOV 1 1927
Not to be Ur

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. P. Debye, Prof. Dr. F. Harms und Prof. Dr. R. Seeliger

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Reichsmark 11.– postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.– vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Reichsmark 9.–, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Reichsmark –.35, Beilagen mit Reichsmark 60.– berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Bücher sendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 19. Ausgegeben am 1. Oktober 1927. 28. Jahrgang.

No. 743. Printed in Germany.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

R. Jaeger u. A. Kussmann, Über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen. S. 645—651.

Originalmitteilungen:

H. Witte, Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. II. S. 651—661.

R. Gans, Einfluß der Beleuchtungsapertur auf den Depolarisationsgrad des Tyndall-Lichts. S. 661—663.

S. C. Wang, Die gegenseitige Einwirkung zweier Wasserstoffatome. S. 663—666.

Cl. Schaefer, Zur Frage nach der Gestalt der CO_2-Molekel. S. 667.

Besprechungen:

A. S. Eddington, Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung. S. 667–668.

H. Danneel, Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. S. 668.

J. Ponsinet, Principes de l'Electrochimie. S. 668.

Personalien. S. 668.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Mit einer Beilage von B. G. Teubner in Leipzig, betreffend: Graff, Grundriß der Astrophysik und Moulton-Fender, Einführung in die Himmelsmechanik.

Wissenschaftliche Optik

aus

Kalkspat
Quarz
Flußspat
Gips u. Glimmer
Steinsalz
Glas

B. Halle Nachfl.
Optische Werkstätten
Berlin-Steglitz.

Überragend

sind unsere überall bekannten
aschefreien Filter Nr. 589 u. 590.

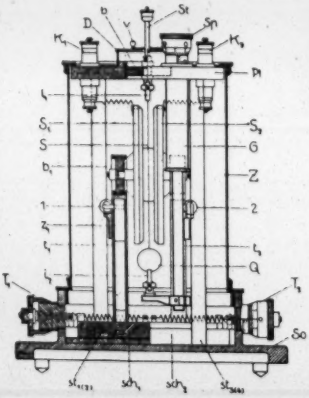
Mit unseren
Rundfiltern
Faltenfiltern
Extraktionshülsen
Filtrierpapieren in Bogen
bilden sie unentbehrliche Hilfsmittel für jedes Laboratorium.

Unsere Preisliste, ein Wegweiser für jeden Interessenten, versenden wir kostenfrei.

Carl Schleicher & Schüll
DÜREN, Rheinl.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 19. 1. Oktober 1927. 28. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 21 am 10. Oktober 1927.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

R. Jaeger und A. Kussmann, Über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen. S. 645.

Originalmitteilungen:

H. Witte, Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. II. S. 651.

R. Gans, Einfluß der Beleuchtungsapertur auf den Depolarisationsgrad des Tyndall-Lichts. S. 661.

S. C. Wang, Die gegenseitige Einwirkung zweier Wasserstoffatome. S. 663.

Cl. Schaefer, Zur Frage nach der Gestalt der CO_2-Molekel. S. 667.

Besprechungen:

A. S. Eddington, Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung. S. 667.

H. Danneel, Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. III. S. 668.

J. Ponsinet, Principes de l'Electrochimie. S. 668.

Personalien. S. 668.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen.

Von

R. Jaeger u. A. Kussmann.

Die Elektronenröhre kann in der messenden Physik als außerordentlich wichtiges Hilfsmittel benutzt werden. Ihre Einführung hat für die Wechselstromtechnik den Nachweis von Strömen gestattet, die weit unter der Meßgenauigkeit der benutzbaren Anzeigeinstrumente lagen und hat dort die bisher bekannte Empfindlichkeitsgrenze der Strom- bzw. Spannungsmessung um Größenordnungen erweitert. Im Zusammenhang mit den Aufgaben der drahtlosen Telegraphie ist dieses Problem der Verstärkung weitgehend bearbeitet und gelöst worden.

Die Frage der Erweiterung der Meßgenauigkeit ist in den letzten Jahren auch auf dem Gebiete der Gleichstrommessung, auf die sich die folgenden Ausführungen hauptsächlich beziehen, wieder in den Vordergrund des Interesses gerückt. Die Versuche, durch konstruktive Verbesserungen eine Steigerung der Empfindlichkeit der Instrumente selbst, speziell der Galvanometer, zu erzielen, haben jetzt durch den Nachweis einer nicht überschreitbaren Grenze einen gewissen Abschluß erfahren. Diese Grenze ist durch die Schwankungen des Nullpunkts bedingt. Je höher man die Empfindlichkeit treibt, desto mehr vergrößert man die Störungen. Die bisherige Auffassung sah ihre Ursache ausschließlich in den Betriebsbedingungen, z. B. Erschütterungen. Als erster wies Ising(1) auf eine natürliche untere Grenze der Ruhelage und damit der Ablesegenauigkeit hin, die durch die dauernden Schwankungen des Systems infolge der Brownschen Bewegung der Moleküle des umgebenden Gases bedingt ist. Betrachtungen ähnlicher Art waren allerdings schon früher ausgeführt worden (de Haas-Lorentz (2)), jedoch ohne Zahlenangabe und ohne spezielle Nutzanwendung. Etwas später zeigte Zernike(3), daß die von Ising angegebene untere Grenze der Leistungsfähigkeit identisch ist mit derjenigen, die durch die dauernden spontanen Stromänderungen in einem Stromkreis ganz unabhängig von der Art der Messung hervorgerufen wird. Für die Größe dieser Schwankungen erhält er bei Einsetzung der numerischen Werte den Ausdruck

$$\sqrt{u^2} = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{r \cdot \tau}} \text{ Amp.}$$

(r Widerstand, τ Schwingungsdauer).

Rechnungen und Versuche zeigten, daß bei einigen höchst empfindlichen Instrumenten die spontanen Schwankungen schon bis in die Größenordnung der beobachteten Störungen hinaufreichen, so daß eine weitere Steigerung der Meßgenauigkeit an sich unmöglich ist.

Es erhebt sich nun die Frage, ob überhaupt und inwieweit man hoffen kann, durch Vorschaltung von Verstärkeranordnungen die Meßgenauigkeit der konstruktiv durchführbaren Instrumente (Galvanometer) zu erhöhen. Da in der betreffenden Einzelliteratur die Frage und ihre Beantwortung nicht immer richtig herausgearbeitet ist, soll sie im folgenden zunächst im Zusammenhang behandelt werden.

Das Problem an sich steht, wie vorauszuschicken ist, nicht im Widerspruch mit den oben angegebenen Meßgrenzen, da eine prinzipielle Bedingung — Herabsetzung der spontanen Schwankungen innerhalb des Meßkreises überhaupt — hier durch den höheren inneren Widerstand eines Röhrengalvanometers erfüllbar ist.

In der gleichen Weise wie bei der Beurteilung eines Galvanometers oder entsprechenden Instrumentes ist zunächst auch beim Röhrengalvanometer zwischen Strom- und Spannungsempfindlichkeit zu unterscheiden. Dabei ist zu bemerken, daß die Röhre im wesentlichen ein „Spannung" anzeigendes Instrument ist, so daß sich der erste Fall auf den zweiten zurückführen läßt.

Handelt es sich um die Verstärkung eines Stromes, so ist die Schaltung völlig analog der Messung schwacher Ströme mit hochohmigem Widerstand und Elektrometer (s. Fig. 1). Der

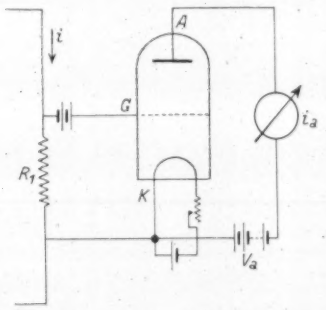


Fig. 1.
Schaltung zur Stromverstärkung.

zu messende Strom wird über einen Widerstand R_1 von der Größenordnung 10^8 bis 10^{10} Ohm geleitet und die an seinen Enden entstehende Spannungsdifferenz zwischen Gitter G und Kathode K der Verstärkerröhre angelegt. Diese hier anzulegende Spannung (bzw. bei vorgegebener Spannung ihre Änderung) muß wegen der verhältnismäßig geringen Spannungsempfindlichkeit der Röhre mindestens in der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} Volt sein. Die einer solchen Gitterspannungsänderung entsprechende Anodenstromänderung ist dann ein Maß für den über den Widerstand fließenden Strom. Durch diese Betrachtung ist sogleich ersichtlich, daß eine Gleichstromverstärkung auf solche Fälle beschränkt ist, bei denen man einen hohen inneren Instrumentenwiderstand von 10^8 bis 10^{10} Ohm oder noch höher mit in Kauf nehmen kann. Es kommen also nur in Betracht Elektronenströme, Ionenströme, lichtelektrische Ströme usw. Prinzipiell kann man aber in allen solchen Fällen auch statt der Verstärkerröhre ein empfindliches Elektrometer verwenden.

Es folgt daraus, daß hier die Benutzung der Elektronenröhre und die Gleichstromverstärkung nicht die Grenze der noch meßbaren Ströme erweitert, wie das nach einigen Arbeiten, die den Kern der Frage nicht berührt haben, scheinen könnte.

Ein wesentlicher Vorteil solcher Gleichstrom-Verstärkeranordnungen ist aber doch vorhanden. Er besteht darin, daß man den verstärkten Strom vom Meßplatz zu einem besonderen Beobachtungsplatz verlegen kann, was besonders bei Arbeiten mit Röntgen-Ionisierungsströmen von Wichtigkeit ist. Zweitens aber kann man die Messung mit technisch robusteren Anzeigeapparaten vornehmen statt mit dem unbequemen Quadrantelektrometer. Mit der Ausarbeitung solcher Anordnungen haben sich eine ganze Reihe von Arbeiten befaßt. Auf die älteren (4), (5), (6) braucht nicht näher eingegangen zu werden. H. Rosenberg (7) führte eine Schaltung zur Verstärkung von Photoströmen in die Astronomie ein und stellte an der von ihm dabei benutzten Seddig-Verstärkerröhre eine Reihe von Messungen über die Stromverstärkung an. Die von ihm gefundenen Abhängigkeiten der Verstärkung von Heizstrom und Anodenspannung sind jedoch durch die gewählten Versuchsbedingungen zufällig gegeben und lassen sich, ebenso wie die Angaben von Lertes (8) nicht verallgemeinern. Rosenberg erreichte Verstärkungsgrade bis zu 600000, proportionale Messungen waren jedoch nur im Gebiet 1 : 100000 erlaubt. Er bemerkte bereits das Auftreten positiver Gitterströme, die er für eine gewisse Trägheit seiner Anordnung verantwortlich machte. Da er kein Mittel hatte, sie zu beseitigen, verwandte er die Photozelle mit dem Verstärker nur als Nullinstrument.

Eine prinzipielle Klärung der Frage wurde durch die Arbeiten von Hausser, Jaeger und Vahle (9) gebracht. Sie wiesen darauf hin, daß die wesentliche Vorbedingung für eine meßbare Gleichstromverstärkung das Vorhandensein eines genau definierten Ohmschen Widerstandes zwischen Gitter und Kathode ist, von dessen Größe neben der Steilheit der Charakteristik die erreichbare Verstärkung abhängt. Es ist daher für eine Messung nicht angängig, wie bei den meisten früheren und auch späteren Arbeiten geschehen, den zu messenden Strom ohne weiteres zwischen Gitter und Kathode zu legen. Der für die Verstärkung maßgebende Widerstand wird in solchen Fällen gebildet durch den zufälligen Glas- bzw. Sockelwiderstand zwischen den beiderseitigen Einführungsstellen und die ebenso zufällige Größe des Ionen-Gitterstromes, der von der Evakuierung abhängig ist und sich von Punkt zu Punkt der benutzten Vorspannung ändert. Um sicher reproduzierbare Verstärkungsgrade zu erhalten, muß man für beste Isolation des Gitters Sorge tragen, damit das Rohr keinen in Betracht kommenden Nebenschluß zu dem äußeren Meßwiderstand bildet. Aus die-

sem Grunde lassen sich die meisten handelsüblichen Rohre für solche Zwecke überhaupt nicht verwenden, sondern man muß zu besonderen Spezialformen mit gesonderter Durchführung des Gitters greifen. Das Siemens-Röntgendosismesser-Rohr z. B. verwendet für die Durchführung einen Glaszylinder mit Trockengefäß und Bernsteinisolation und hat auch im heißen Zustand nach längerem Brennen des Fadens Werte der äußeren Isolation von mehr als 10^{14} Ohm. Die möglichste Verringerung der Ionengitterströme wird hier durch beste Evakuierung und Herabsetzung der Anodenspannung auf nur etwa 7 Volt (Ionisierungsspannung der Restgase) erreicht. Erhält man bei einem solchen Rohr dann beispielsweise bei einer Änderung der Gitterspannung um 1 Volt eine Gitterstromänderung von 10^{-12} Amp., so würde dies einem Widerstand von 10^{+12} Ohm entsprechen. Wenn man als Meßwiderstand für den zu messenden Strom 10^{16} Ohm benutzt, wird man durch diesen Nebenschluß über die Röhre nur einen geringen Fehler machen. Nimmt man an, daß die Anodenstrom-Änderung pro Volt $5 \cdot 10^{-5}$ Amp. beträgt und mißt man mit einem Zeigerinstrument (pro Skalenteil $3 \cdot 10^{-7}$ Amp.) so erhält man ein Röhrengalvanometer mit einer Empfindlichkeit von $5 \cdot 10^{-13}$ Amp. pro Skalenteil. Die Konstanz der Röhren erweist sich als so hinreichend, daß es gelungen ist, eine praktisch brauchbare und vielfach benutzte Meßmethode darauf aufzubauen.

Du Prel (10) kam einige Zeit später zu analogen Ergebnissen wie Hausser, Jaeger und Vahle. Er weist ebenfalls auf die Mängel hin, die durch die wechselnde Isolierfähigkeit des Glases während des Betriebes der Röhre vorhanden sind und beschreibt Versuche, die Verstärkung durch bessere Isolation und Abkühlung der ganzen Röhre in einem Kältegemisch zu erhöhen.

Wie weit man damit höchstens kommen kann, zeigt folgende Überlegung. Den günstigsten Fall erhielte man ohne Zweifel, wenn es gelänge, durch noch bessere Evakuierung den Ionengitterstrom überhaupt zu beseitigen. Man behielte nur den durch Bernstein und trockenes Glas gebildeten Oberflächenwiderstand zwischen Gitter und Kathode übrig und könnte dann die Röhre nicht nur bei der Methode des konstanten Ausschlags, sondern auch zur Ablaufmethode[1]) verwenden. Die Isolierung kann aber nie besser gemacht werden, als man sie auch beim Elektrometer ausführen kann, woraus folgt, daß es unmöglich ist, die damit erreichbare untere Meßempfindlichkeit zu überbieten.

1) Eine Ablaufmethode benutzt das Mekapion (Röntgendosiszähler) von S. Strauß in Wien.

Betrachten wir nunmehr die Möglichkeit einer Verstärkung auf dem Gebiete der Gleichspannungsmessung. Mit dem Elektrometer kann man etwa 10^{-4} Volt nachweisen, während die mit einem Galvanometer meßbare Spannung im Durchschnitt etwa 10^{-7} bis 10^{-8} Volt beträgt. Das neuerdings von Moll und Burger (11) angegebene Thermorelais ermöglicht sogar eine Messung von etwa 10^{-9} Volt, falls die Ruhelage genügend ist. Demgegenüber ist die Spannungsempfindlichkeit einer einzelnen Elektronenröhre heute noch als außerordentlich klein zu bezeichnen. Sie drückt sich aus durch die Steilheit der Charakteristik, d. h. durch das Verhältnis einer Gitterspannungsänderung zu der entsprechenden Änderung des Anodenstromes und beträgt bei den gewöhnlichen Typen heute etwa 1 mA/V. Es liegt nahe zu glauben, daß es ein Leichtes sein müsse, durch Anwendung von Mehrfachverstärkern mit einer Art Widerstandskopplung hier zu einer Meßmethode zu gelangen. Rechnet man mit einer 10—20 fachen Verstärkung pro Röhre, so müßte man mit Rücksicht auf die zu messenden Größenordnungen eine ganze Anzahl Röhren hintereinander setzen. Der Versuch zeigt die völlige Unbrauchbarkeit einer solchen Schaltung. Eine Gittergleichspannungsänderung von 10^{-7} V. würde bei einer Steilheit von 10^{-3} A/V. erst eine entsprechende Anodenstromänderung von 10^{-10} A. bewirken. In dieser Größe (und weit darüber) schwankt ohne besondere Vorsichtsmaßregeln der Anodenstrom schon infolge der Betriebsbedingungen dauernd selber hin und her. Diese Störungen werden in einer Kaskade mitverstärkt, so daß ein genaues Messen unmöglich wird. Systematische Untersuchungen über Gleichstrom-Spannungsverstärkung liegen nur wenige vor, da bei dem negativen Ausfall dieser schon früh ausgeführten Versuche dem Gebiet wenig Bedeutung zugelegt wurde. Trotzdem erscheint es nicht ganz ausgeschlossen, hier doch noch Verbesserungen anzubringen und die Empfindlichkeit der Messung weiter zu steigern — wobei die Frage noch offen steht, ob man dann auch nicht die mit dem Elektrometer oder Galvanometer gewöhnlich erreichte Spannungsempfindlichkeit übertreffen kann. Es lassen sich verschiedene Wege aufzeigen, um die hier liegenden Schwierigkeiten zu umgehen.

Das beim Voltaeffekt benutzte Prinzip der Kapazitätsverkleinerung z. B. stellt im Grunde genommen auch bereits eine Spannungsverstärkung dar, doch soll nicht näher darauf eingegangen werden, da es für vorliegende Zwecke noch nicht benutzt worden ist.

Eine andere, bereits mehrfach vorgeschlagene Methode besteht in geeigneter Umformung der Gleichspannung in eine wechselnde Spannung,

etwa durch Zerhacken des der Spannungsquelle entnommenen Stromes. Für diesen zerhackten Gleichstrom lassen sich dann in der üblichen Weise ohne prinzipielle Schwierigkeiten Verstärkeranordnungen mit Zwischentransformatoren, Kapazitäten, Resonanzkreisen usw. verwenden. In einer derartigen Schaltung werden linear und sehr lang periodisch verlaufende Störungen des Anodenstromes eines Rohres durch den Transformator nicht übertragen, sondern verschieben nur den Arbeitspunkt auf der Charakteristik.

Eine solche Anordnung ist vor mehreren Jahren von der Firma Zeiss in Jena gebaut worden[1]) und sollte an solchen Orten, wo eine Anwendung des Galvanometers unmöglich war, als Nullmethode zum Nachweis von geringen Spannungen mit einem Telephon dienen. Da mit Hörempfang gearbeitet wurde, war die Methode zum genauen Messen nur bedingt zu gebrauchen, ergab aber qualitativ gute Erfolge. Ihr Hauptbestandteil war eine geeignet konstruierte, rotierende Unterbrecherscheibe, die den Strom etwa 400 bis 1000 mal in der Sekunde gleichzeitig auf zwei Seiten unterbrach, wodurch störende Kontaktpotentiale an den Schleiffedern möglichst aufgehoben wurden. Unter jeder Unterbrecherscheibe befand sich ein Elekromagnet, durch den bei der Rotation in jeder Scheibenhälfte Foucaultsche Ströme mit umgekehrten Vorzeichen erzeugt wurden. Die Kompensation der außen angelegten und zu messenden Spannung wurde durch verschieden starke Erregung der beiden Magnete bewirkt, so daß man auf ein Tonminimum einstellen konnte.

Diese oder ähnliche Methoden eignen sich insbesondere zur Messung kleinster Spannungen, deren Dauer lang ist gegen die Unterbrecherfrequenz. Eine untere Grenze der Verstärkung ist wie für alle Messungen mit Glühkathodenröhren gegeben durch den Mechanismus der Elektronenemission. Die voneinander unabhängigen Übergänge von Ladungsquanten bedingen in dem Entladungsstrom Dauerschwankungen, die u. U. ein von außen zugeführtes „Signal" nicht mehr wahrnehmbar machen können (Schrot-Effekt). Für das Beispiel eines Verstärkerrohres mit parallel geschaltetem Schwingungskreis wurde von Schottky (12) die Berechnung des Schrot-Effektes streng durchgeführt. Als kleinste noch wahrnehmbare „Signalenergie" ergab sich je nach der Frequenz etwa 10^{-12} bis 10^{-17} Watt, Größenordnungen also, die innerhalb der technisch üblichen Verstärkungsgrade liegen. Je kleiner die Eigenperioden des betrachteten Schwingungskreises sind, desto stärker treten diese Störungen hervor. Sie werden daher hier bei den verhältnismäßig niedrigen Frequenzen zunächst noch nicht ins Gewicht fallen. Viel früher geben die Unregelmäßigkeiten an den Unterbrecherstellen oder Kontaktpotentiale zu Störungen Anlaß. Immerhin ist anzunehmen, daß sich diese Methoden noch weiter ausbauen lassen. Für Messungen von Spannungsintegralen, rasch verlaufenden Stößen (ballistischen Messungen) läßt sich dagegen dieser Weg nicht gut beschreiten, sondern man muß zu einer direkten Verstärkung mit Widerstandskoppelung zurückgreifen. Hier treten nun alle Betriebsschwankungen störend auf. Für den Ausbau einer Anordnung lassen sich etwa folgende Richtlinien aufstellen.

Während man bei der Wechselstrom-Niederfrequenzverstärkung gerne Rückkoppelungen vermeidet und lieber die Zahl der Röhren erhöht, ist hier eine der ersten Anordnungen die Benutzung möglichst weniger Verstärkerröhren, da sich mit jeder weiteren die Schwierigkeiten des Betriebes vergrößern. Zum Ausgleich dafür muß man versuchen, die Steilheit der Charakteristik der einzelnen Röhre außerordentlich zu erhöhen. Ein Weg dazu ist bereits vor einiger Zeit von Jaeger und Scheffers (13) angegeben worden. Er beruht auf dem Gedanken, mit Hilfe eines im Anodenstromkreis liegenden Widerstandes den verstärkten Strom dem Gitter der Röhre wieder zuzuführen, wie ähnliche Anordnungen schon früher in der Literatur über drahtlose Telegraphie beschrieben sind. Solche Schaltungen lassen sich nun aber auch für Gleichstrommessungen übertragen, so daß man dann eine Art „Gleichstrom-Rückkoppelung" vor sich hat. Ihre Wirkung äußert sich durch eine je nach der Größe des Widerstandes mehr oder weniger erhöhte Steilheit der statischen Gitterspannungs-Anodenstromcharakteristik. Während die Anwendung dieses Prinzips bei einer Gruppe von 2 Röhren einfach ist, hat man bei nur einer Röhre keine Möglichkeit, den Anodenstrom dem Gitterkreis in der richtigen Phase, d. h. im richtigen Sinne wieder zuzuführen. Es gelingt aber durch die Anwendung eines Raumladegitters, wobei man dann den Raumladestrom, der dem Anodenstrom entgegengesetzt fließt, zur Rückkoppelung benutzen kann. Die Schaltung ist in Fig. 2 wiedergegeben. Die in der zitierten Arbeit mitgeteilten Versuchsergebnisse zeigten, daß die Steilheit, wie es die Theorie voraussagt, in der Größenordnung ebenso wie der Widerstand im Raumladekreis anwächst. Während man aber theoretisch die Steilheit beliebig erhöhen könnte, gelangte man praktisch nur zu dem Faktor 10. Benutzte man dann im Anodenstromkreis eine Kompensationsschaltung und ein hochempfind-

[1]) Die z. T. noch nicht veröffentlichten Unterlagen wurden uns von der Firma Zeiss in freundlichster Weise zur Verfügung gestellt.

liches Spiegelgalvanometer, so war man in der Lage, Spannungsänderungen von allerhöchstens 10^{-6} Volt nachzuweisen. Darüber hinaus aber machten sich bei einer weiteren Erhöhung der Steilheit auch hier in dauernden Schwankungen des Anodenstromes Instabilitäten bemerkbar, die der Meßempfindlichkeit ein Ziel setzten. Inwieweit und wann in solchen zusammengesetzten Systemen der Einfluß des Schrot-Effektes hervortritt, läßt sich nur außerordentlich schwer voraussagen. Der überwiegende Teil der Schwankungen ist aber zunächst auf Störungen der Betriebsbedingungen zurückzuführen und es erhebt sich die Frage, wieweit es möglich sein wird, dieselben noch zu reduzieren.

Verhältnismäßig leicht sind direkte Einwirkungen von außen zu erkennen und dann

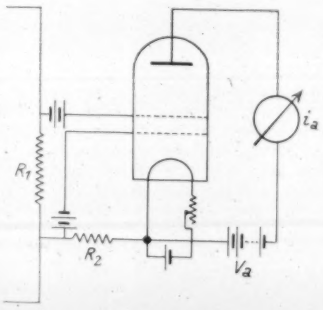


Fig. 2.
Gleichstromrückkopplungsschaltung mit einem Verstärkerrohr bei Benutzung des Raumladestromes.

auch zu vermeiden. Zu achten ist auf die Abwesenheit jeglicher federnder Kontakte, auf das Verlöten aller Verbindungsstellen und auf Vermeidung von Temperaturschwankungen der gesamten Apparatur. Abgesehen davon ist erforderlich Schutz vor fremden elektrischen Schwingungen, der am wirksamsten durch Umhüllung mit einem Faradayschen Käfig bewirkt wird. Greinacher (14) schlug das Parallelschalten einer großen Kapazität (etwa $2\,\mu F$) zwischen Anode und Glühfaden vor. Für das Rohr selber sind einige wesentliche Punkte schon oben ausgeführt worden — beste Evakuierung, niedrige Anodenspannung zur Vermeidung der Ionisation der Restgase und hohe Gitterisolierung. Ist die Röhre schlecht entgast, dann erhält man durch unregelmäßig aus den Metallteilen austretende Gasreste dauernd Beeinflussungen der Emission, Hystereseerscheinungen und von Tag zu Tag wechselnde Ergebnisse. Unübersichtliche Schwankungen treten bei fast allen Versuchen mit Oxydfäden auf, so daß sich gute Resultate wahrscheinlich nur mit reinen Wolframdrähten erzielen lassen. Kleine Schwankungen der Anodenspannung spielen bei nicht zu großem Durchgriff eine untergeordnete Rolle. Bei Benutzung aller Vorsichtsmaßregeln darf der Anodenstrom eines Rohres in gewöhnlicher Schaltung Änderungen von höchstens 0,5 Promille während der Zeitdauer von 15 min zeigen. Größere Anforderungen an die Ruhelage und damit an die Meßgenauigkeit wird man nur selten stellen können. Darüber hinaus macht sich nun aber bei hohen Verstärkungsgraden der Einfluß des Heizstromes bemerkbar, dessen Schwankungen, um Größenordnungen verstärkt, sich dem Anodenstrom mitteilen können. Schon bei den gebräuchlichen Typen und bei normaler Belastung pflegt sich bei einer Heizstromänderung der Anodenstrom prozentual um das Zehnfache und mehr zu ändern. In sehr viel stärkerem Maße treten diese Heizstromänderungen aber in Erscheinung, wenn man zur Erhöhung der Steilheit die oben erwähnte Rückkoppelungsschaltung benutzt. Bei einer 50fach über das Normale erhöhten Steilheit überträgt sich dann eine solche Änderung im Verhältnis 1:1500. Um die Anordnung für Meßzwecke gebrauchen zu können, müßte man den Heizstrom längere Zeit auf weniger als ein Hunderttausendstel konstant halten.

Die Verf. haben inzwischen mit einer genauen Kompensationsmethode einige Messungen über solche Heizströme und deren Schwankungen ausgeführt und die dabei auftretenden Einflüsse zu trennen versucht. Der Heizstrom der Verstärkerröhren pflegt meist Akkumulatoren entnommen zu werden. Diese zeigen zunächst einen stetigen Gang, der mit dem Entladungszustand der Batterie zusammenhängt. So fällt die Spannung einer Zelle von 20 Amperestunden Kapazität bei 0,1 A Stromentnahme in einer Minute bereits um $^1/_{100}$ Promille ab. Durch Parallelschalten und Erhöhung der wirksamen Plattengröße läßt sich dieser Gang stark herabdrücken, doch wachsen mit der Größe dann die Schwierigkeiten der Temperaturkonstanz von Zellen und Leitung. Diese Abhängigkeit der Spannung von der Temperatur spielt ebenfalls bereits eine beträchtliche Rolle. Sie beträgt pro Grad etwa $4 \cdot 10^{-4}$ V, und geht nach geringeren Säuredichten durch Null hindurch. Diesen beiden Einflüssen aber überlagern sich ganz kleine unregelmäßige Stromstöße, die in der Verstärkertechnik schon lange unter dem Namen „Brodeln" der Akkumulatoren bekannt sind. Ihre Zahl und Größe hängt zwar von dem ent-

nommenen Strom ab, läßt sich aber durch Vergrößern der Platten und der Kapazität nicht beseitigen. Sie sind auf kurzdauernde Vorgänge im Elektrolyten, etwa Ablösen kleinster Gasperlen zurückzuführen. Erscheinungen solcher Art wurden unter den verschiedensten Bedingungen an vielen Akkumulatoren beobachtet. Über ihre Häufigkeit läßt sich nichts sagen. Sie folgen ganz unregelmäßig im Abstand von einigen Minuten bis zu Sekunden und schneller aufeinander. Fig. 3 zeigt als Beispiel die gemessene Stromschwankung eines zwei Volt-Akkumulators von 25 Amp.-Stunden Kapazität bei einer Stromentnahme von 0,3 Amp. Nernstsche Eisenwiderstände drücken diese kleinsten

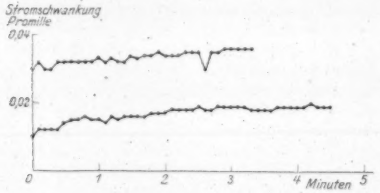


Fig. 3.
Ausschnitt aus der Entladungskurve eines Akkumulators.

Schwankungen nicht etwa herab, sondern bewirken eher eine Verschlechterung. Untersucht wurde ferner eine ganze Reihe von Primärelementen, da zunächst zu erwarten war, daß solche unregelmäßigen Stöße bei ihnen in geringerem Maße auftreten würden. Die allermeisten Elemente aber, insbesondere alle Trockenbatterien erwiesen sich als wesentlich schlechter. Bei ihnen fällt die natürliche Abnahme der Spannung viel stärker ins Gewicht, die mit der Dauer der Entladung vom Maximum etwa geradlinig bis gegen Null herab fällt. Durch eine besondere, zweimal geknickte Entladungskurve, verbunden mit hoher Kapazität, zeichnete sich nur ein Fabrikat, das sogenannte Carbone-Element[1]) aus, dessen Spannung auf dem mittleren horizontalen Teil der Entladungskurve — allerdings nur bei Dauerbetrieb — weitgehend konstant ist. Der Temperaturkoeffizient ist jedoch etwas größer als beim Akkumulator. Plötzliche Stöße treten verhältnismäßig wenig auf, so daß sich mit diesem Element gute Messungen ausführen ließen. Versuche über Veränderung der Säurekonzentration und des Plattenabstandes beim Akkumulator sind noch nicht abgeschlossen. Zahlreiche Meßreihen zeigten aber doch, daß man bei einem Heizstrom von etwa 0,3 Amp. im allgemeinen mit einer Änderung von $^1/_{100}$ Promille während 10 Minuten rechnen müsse und daß es schwer sei, hier wesentlich weiter zu kommen. Vereinzelt besser auftretende Werte sind doch wohl nur irgendwie zufälliger Art.

Um bei einem Verstärkerrohr von den Schwankungen der Heizstromquelle frei zu werden, muß man einen ganz anderen Weg einschlagen und muß versuchen, die Abhängigkeit der Emission vom Heizstrom überhaupt herabzusetzen. Die Messung dieser Abhängigkeit ist einwandfrei nur in ganz gut gepumpten Röhren möglich. Anderenfalls ergeben sich Emissionsschwankungen, die mit dem Heizstrom gar nichts zu tun haben und die weitaus größer sind als man dessen Änderungen entsprechend erwarten sollte.

Beschränkt man sich also auf den Fall reiner Heizstromschwankungen, so lassen sich dafür Kompensationsschaltungen (15) angeben, die aber doch nicht das Gewünschte leisten. Geeigneter scheint die Lösung einer indirekten Erwärmung der Kathode, wie sie bei den Verstärkerröhren für Wechselstromheizung neuerdings angegeben wurde. Man benützt als eigentliche Emissionskathode einen Glühkörper aus keramischer Masse in Form eines dünnen Zylinders, in dessen Innerem der Heizfaden sitzt. Dieser Zylinder, der eine beträchtliche Wärmekapazität besitzt, wird durch die Wärmeleitung oder Strahlung seitens des Fadens auf eine Temperatur gebracht, bei der die auf der Röhre sitzende Oxydschicht emittiert. Versuche mit einem Rohr dieser Type[1]) (REN 1104) zeigten, daß die Emission gegenüber kurzen Stößen des Heizstromes weitgehend unabhängig war. Daß trotzdem diese Röhren für den vorliegenden Zweck nicht ausreichen, liegt an der Oxydschicht, deren Emission fast immer Unregelmäßigkeiten aufweist. Es ist anzunehmen, daß man mit einer Kathode aus reinem Wolfram, die etwa durch Elektronenbombardement erhitzt wird, weiter kommt. Versuche nach dieser Richtung sind geplant.

Ferner kann man allgemein die Tatsache benutzen, daß theoretisch im Raumladegebiet der Emissionsstrom nach Langmuir und Schottky durch die Formel $J = \text{Const} \cdot \ldots$ dargestellt wird und unabhängig von der Temperatur ist. Der Grund dafür, daß in der Praxis auch hier eine beträchtliche Abhängigkeit zu beobachten ist, liegt bei der Kürze der Heizdrähte (etwa 1 bis 2 cm) an der Wärmeableitung der Enden, deren abkühlende Wirkung sich je nach der Höhe der Temperatur etwa 2—4 mm von den

1) Freundlichst überlassen von der Carbone G. m. b. H.

1) Die Röhre wurde uns von Herrn Dr. A. Meißner von der Telefunken-Gesellschaft in liebenswürdiger Weise zur Verfügung gestellt.

Einklemmstellen des Fadens ab erstreckt und die mit jeder Heizstromänderung die wirksame Fadenlänge verändert. Die Benutzung eines etwa dreimal so langen Fadens setzt diesen Einfluß schon auf den 5. bis 10. Teil herab und Röhren mit ganz langen Fäden zeigen praktisch gar keine Abhängigkeit vom Heizstrom mehr. Der Übelstand, den man in Kauf nehmen muß, ist eine Verzerrung des Feldes durch den nunmehr stärker gewordenen Potentialabfall längs des Heizfadens, der besonders bei kleinen Anodenspannungen stark ins Gewicht fällt. Ihm sowie den lästigen Randwirkungen begegnet man am besten durch seitwärts angebrachte Schutzringanoden.

Zusammenfassend läßt sich etwa Folgendes sagen: Für die Messung kleinster Gleichströme hat die Verstärkerröhre den Wert eines bequemen Hilfsinstruments, kann aber keineswegs die Empfindlichkeitsgrenze erweitern. Die Messung kleinster Gleichspannungen wird durch Störungen gehindert. Die Hauptursache dieser Störungen sind Schwankungen des Heizstromes. Es lassen sich Mittel angeben, mit Hilfe deren man den Einfluß der Störungen weitgehend herabsetzen kann. Es wäre daher prinzipiell möglich, die bisher erreichte Spannungsempfindlichkeit (10^{-6} V.) noch zu steigern.

Literatur.

1) Ising, Phil. Mag. **1**, 827. 1926.
2) De Haas-Lorentz, Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen 1913.
3) Zernike, Zeitschr. f. Physik **40**, 628, 1926.
4) Kunz, Phys. Review **10** (II), 205, 1917.
5) Pike, Phys. Rev. **13**, 102, 1919.
6) Abraham u. Bloch, Comptes rendus **168**, 1321, 1919.
7) Rosenberg, Die Naturwissenschaften **9**, 359 und 381, 1921.
8) Lertes, Zeitschr. f. techn. Physik **4**, 317, 1923.
9) Hausser, Jaeger u. Vahle, Wissensch. Veröffentl. d. Siem. Konz. **2**, 325, 1922.
10) Du Prel, Ann. d. Phys. **70**, 199, 1923.
11) Moll u. Burger, Phil. Mag. **50**, 626, 1925.
12) Schottky, Ann. d. Phys. **57**, 541, 1918.
13) Jaeger u. Scheffers, Wissensch. Veröffentl. a. d. Siem. Konz. **4**, 233, 1925.
14) Greinacher, Zeitschr. f. Physik **23**, 379, 1924.
15) Greinacher, Ionen u. Elektronen, Teubner, Leipzig 1924.

(Eingegangen 22. Juli 1927.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. II.

Von H. Witte.

Inhaltsübersicht.

Das in einer früheren Arbeit angegebene Verfahren der Bestimmung von Elektrometerkapazitäten mit hochfrequenten Schwingungen nach Pungs und Preuner wird einer Nachprüfung unterzogen, indem die Versuche statt an einer Attrappe an einem Elektrometer mit herausnehmbarem Fadensystem angestellt werden. Es zeigt sich, daß die dem Verfahren anhaftende Unsicherheit kleiner ist als der Fehler, der durch nicht sorgfältige Anordnung der Instrumente im Hochfrequenzkreis entsteht. Wird die Kapazität auf statischem Wege (nach von Harms oder Wulf angegebener Methode) bestimmt, so liegt der statische Wert über dem mit Hochfrequenz bestimmten. Es wird an einer Anordnung, bei der ohne Änderung der Versuchsapparatur statische und Hochfrequenzmessungen nacheinander in derselben Weise ausgeführt werden können, gezeigt, daß die Unterschiede verschwinden. Weitere Versuche zeigen, daß bei statischen Messungen, bei denen eine Ladungsteilung, Entladung und Neuaufladung vermieden, auch die Spannungsgleichkurve des Elektrometers nicht benutzt wird, statischer und Hochfrequenzwert nahezu miteinander übereinstimmen.

In einer ersten Arbeit des Verfassers über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten [1]) war ein Verfahren angegeben worden, das unter Vornahme einer gewissen Extrapolation von empirisch aufgenommenen Kurven die Bestimmung von Absolutwerten kleiner Elektrometerkapazitäten nach Pungs und Preuner mit Hochfrequenz hinreichend genau gestatten soll[1]). Dasselbe schien zunächst von einer gewissen Willkür nicht frei zu sein, die in der Extrapolation ihre Ursache hat. Es konnte jedoch mit Hilfe einer Attrappe gezeigt werden, daß die Fehler beim Ziehen der neuen Kurve infolge des ähnlichen Kurvenverlaufs nicht groß werden. Aber auch wenn eine Unsicherheit von max. 0,02 — 0,04 cm absolut zugegeben sei, so ist doch der prozentuale Fehler des Resultates — es handelt sich um die Messung von Kapazitäten, die etwa 1 bis 3 cm groß sind — nur gering. Der Verfasser glaubte daher, daß das Verfahren gleichwohl für die Praxis leidlich genau und brauchbar erscheint.

Immerhin schien es aber geboten, eine Nachprüfung der mit Hochfrequenz in der beschriebenen Meßanordnung erhaltenen Resultate vorzunehmen, insbesondere den Attrappenversuch

1) Witte, Physik. Zeitschr. **28**, 429, 1927.

1) Über Einzelheiten siehe den genannten Aufsatz Ziffer 8.

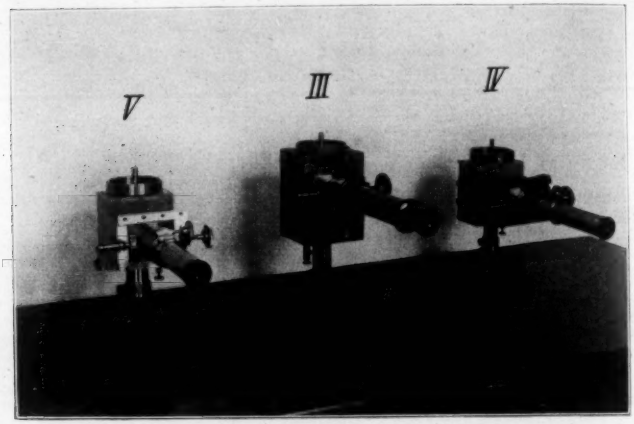


Fig. 1.

an einem richtigen Elektrometer mit herausnehmbarem Fadensystem zu wiederholen und die Hochfrequenzwerte mit in andern Versuchsanordnungen gemessenen Hochfrequenzwerten und mit auf statischem Wege ermittelten Werten zu vergleichen.

Über diese Versuche wird im folgenden berichtet.

Als Resultat kann angegeben werden, daß der nach dem in der vorgenannten Arbeit I angegebenen Verfahren ermittelte Hochfrequenzwert

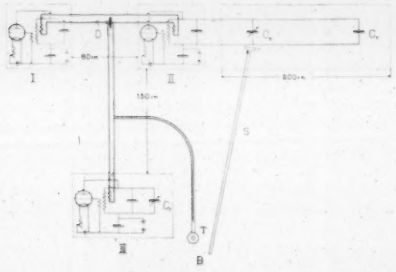


Fig. 2.

ziemlich gesichert erscheint, während die Bestimmung der Kapazität auf statischem Wege nach Harms[1]) oder Wulf[2]) zu hohe Werte liefert.

1) Harms, Physik. Zeitschr. **5**, 47, 1904.
2) Wulf, Physik. Zeitschr. **26**, 353, 1925.

2. Die Untersuchungen wurden geführt an dem in Fig. 1 gezeigten Einfadenelektrometer *V* ohne Hilfsschneiden, welches im Freiberger Radium-Institut gebaut wurde. Es gelangte zur Untersuchung, ehe das (von Günther und Tegetmeyer bezogene) Fadensystem eingesetzt war und nach dessen Einmontierung.

Die Kapazität dieses Elektrometers setzt sich additiv zusammen aus der Kapazität des Fadensystems selbst und des von innen nach außen führenden Zuleitungs-Zwischenstückes. Dasselbe ließ sich vor dem Einbau des Fadensystems leicht herausnehmen.

Mithin gestattete das Elektrometer folgende Messungen:

1. ohne System und ohne Zuleitungszwischenstück;

2. ohne System aber mit Zuleitungszwischenstück;

3. mit System und mit Zuleitungszwischenstück.

Zunächst wurde nach dem von Pungs und Preuner angegebenen Schwebungsverfahren mit hochfrequenten Schwingungen (10^6 Hertz) untersucht und dabei die in Ziffer 8 d. eingangs erwähnten Arbeit I beschriebene Schaltung angewandt (siehe Fig. 2). Wie bei dem Elektrometer III und seiner Attrappe würde festgestellt, welchen Einfluß die Veränderung des Abstandes *a* des von oben herabreichenden Kupferdrahtstückes von der Kontaktstelle des Einfadenelektrometers (siehe Fig. 3) ausübt. Es wurden die Kapazitätsänderungen ermittelt,

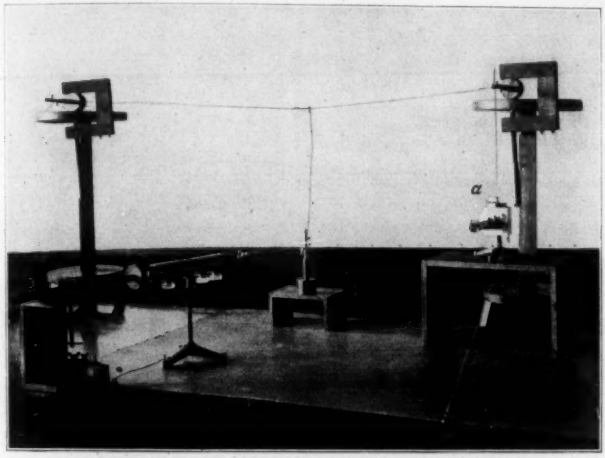


Fig. 3.

die gegen eine feste Ausgangsentfernung a_0 eintraten. Als solche wurde der Abstand a_0 wiederum gleich 4,6 cm gewählt, um in Übereinstimmung mit den früheren Messungen zu verbleiben. Als Vergleichskondensator diente der aus der Arbeit I bekannte Wulfsche Röhrenkondensator mit linearer Charakteristik (Kondensator C VI).

Tabelle I.

Zur Messung der Kapazität des Einfaden-Elektrometers V (vgl. Kurvenblatt 4 u. 5).

Abstand a cm	Kapazitätsänderung gegen $a_0 = 4{,}6$ cm: ohne Fadensystem u. ohne Zuleitungszwischenstück cm	ohne Fadensystem u. mit Zuleitungszwischenstück cm	mit Fadensystem u. mit Zuleitungszwischenstück cm
4,6	0	0	0
3,6	$0{,}04_8$	$0{,}04_7$	$0{,}04_1$
2,6	$0{,}09_9$	$0{,}10_9$	$0{,}09_3$
2,1		$0{,}13_3$	$0{,}11_8$
1,5	$0{,}17_8$	$0{,}18_5$	$0{,}16_{35}$
1,2	$0{,}20_1$	$0{,}21_3$	$0{,}18_9$
0,9	$0{,}22_6$	$0{,}24_7$	$0{,}21_{53}$
0,7	$0{,}24_6$	$0{,}26_8$	$0{,}24_3$
0,4	$0{,}27_7$	$0{,}32_1$	$0{,}28_9$
0,2	$0{,}30_0$	$0{,}38_0$	$0{,}35_0$
0,1		$0{,}44_{83}$	$0{,}42_3$
0,0	$0{,}32_6$		

Das Resultat der Untersuchungen enthält Tabelle I und ist graphisch aufgetragen in den Fig. 4 und 5. Und zwar entspricht die ausge-

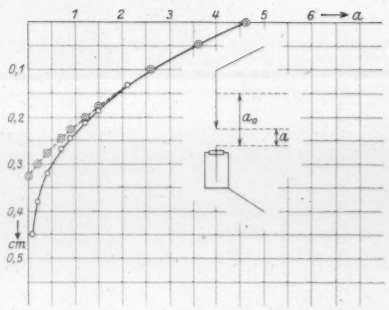


Fig. 4.

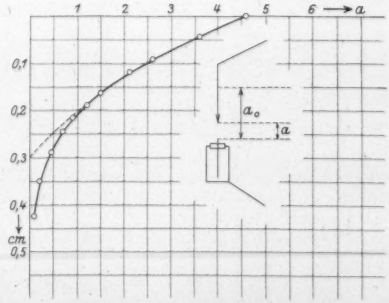


Fig. 5.

zogene Kurve der Fig. 4 den Werten der 3. Kolonne der Tabelle I, die gestrichelte Kurve der Fig. 4 den Werten der Kolonne 2, ferner die ausgezogene der Fig. 5 den Werten der letzten Kolonne.

Wiederum biegen die ausgezogenen Kurven der Fig. 4 und 5 bei kleinen Abständen stark nach unten ab.

Ferner ließ sich die Kapazität des Zuleitungszwischenstückes direkt messen durch einfaches

Wird dagegen die Kurvenextrapolation vorgenommen, indem in Fig. 5 die gestrichelte Linie in ähnlicher Krümmung wie die gestrichelte Linie der Fig. 4 gezogen wird, so kommt man zu einem Werte für $C_{a=0} = 0{,}30$ cm. Wie man sieht, weicht dieser von dem durch Messung I bestimmten Werte um 0,026 cm ab. Es ergibt sich daher für die Kapazität des Elektrometers jetzt der Wert $C_e = 2{,}685$ cm. Der durch die Unsicherheit der Extrapolation verursachte Fehler

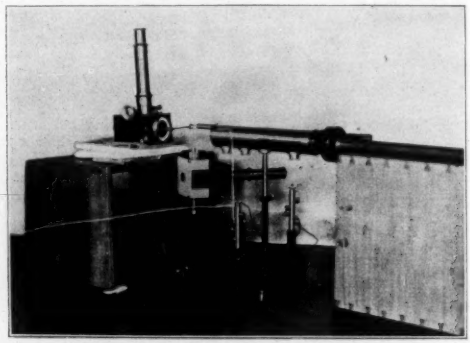


Fig. 6.

Einsetzen und Herausnehmen aus dem Gehäuse ohne jede Veränderung der Meßapparatur, insbesondere der Lage der Drähte.

Jeder einzelne Kapazitätswert wurde als Mittelwert aus etwa 10 Einzelmessungen bestimmt.

Es zeigte sich, daß die unmittelbar in derselben Versuchsanordnung ermittelte Kapazität des Zuleitungszwischenstückes ($C = 1{,}383$ cm) übereinstimmte mit dem Kapazitätswerte, den man als Differenz aus der bei der Entfernung $a = a_0 = 4{,}6$ cm beobachteten Kapazität Ca_0 und des auf Fig. 4 durch den Schnittpunkt der gestrichelten Kurve mit der Ordinatenachse gekennzeichneten Abschnittes $C_{a=0}$ errechnet:

$$C = C_{a_0} - C_{a=0} = 1{,}714 - 0{,}326 = 1{,}388 \text{ cm}.$$

Ferner läßt sich jetzt die Kapazität des Elektrometers selbst, d. i. des Fadensystems + Zuleitungszwischenstückes ohne Zuhilfenahme einer Kurvenextrapolation in Kenntnis des aus der Messung I ermittelten Wertes für $C_{a=0}$ bestimmen.

$$C_e = C_{e_0} - C_{a=0} = 2{,}985 - 0{,}326 = 2{,}659 \text{ cm},$$

denn das Gehäuse ist ja dasselbe geblieben.

beträgt mithin zwar 0,026 cm absolut, relativ jedoch nur 1 Proz.

3. Nunmehr wurde die räumliche Anordnung des zu messenden Elektrometers und des Normalkondensators, wie sie aus Fig. 3 ersichtlich ist, geändert. Es wurde z. B. die Zinkplatte entfernt, es wurden die Apparate näher herangerückt, das zu untersuchende Instrument wurde aus stehender Lage in liegende gebracht, der Normalkondensator umgestellt, es wurden die Drahtverbindungen anders gelegt; schließlich wurde ein Aufbau gewählt, wie ihn Fig. 6 zeigt, der für spätere Untersuchungen noch von Bedeutung ist.

Das Ergebnis: Trotz absichtlich ungünstig gewählter Verhältnisse tritt eine Änderung in den gemessenen Kapazitätswerten um nicht mehr als 0,1 cm ein[1]).

Versuche mit dem Normalkondensator von Günther & Tegetmeyer (Kondensator IV der Fig. 2 der eingangs genannten Arbeit I) am Einfadenelektrometer III, vgl. Fig. 1, ergaben die Zahlen

2,12; 2,16; 2,18; 2,15; 2,14; 2,13 cm.

1) Mit Rücksicht auf die weiter unten genannten Meßergebnisse ist geplant, den ganzen Hochfrequenzaufbau einschl. der Überlagerungskreisanordnung umzugestalten und erneut zu messen.

Tabelle II.

Kapazität des Pseudosystems der Elektrometerattrappe III unter Abänderung des Versuchsaufbaues nach der Schwebungsmethode mit Hochfrequenz bestimmt.

Aufbau	Kapazität C cm
1. Aufbau nach Fig. 3	$2{,}28_0$
2. Attrappenstellung ungeändert, dagegen Drahtzuführung zum Normalkondensator in die Lage der Fig. 6 gebracht	$2{,}28_1$
3. Attrappe in anderer Stellung	$2{,}26_3$
4. Attrappe liegend mit längerem Zuleitungsdrahtstück	$2{,}27_1$
5. Aufbau nach Fig. 6, jedoch ohne das in der Mitte der Figur sichtbare Beobachtungselektrometer	$2{,}25_2$
6. Aufbau nach Fig. 6 mit Beobachtungselektrometer	$2{,}22_0$

Ferner ergaben die an der Elektrometerattrappe III (vgl. Fig. 13 der Arbeit I), deren dünnes Pseudosystem durch ein dickeres, sich nicht leicht verbiegendes ersetzt war, mit dem Normalkondensator von Wulf (CVI) angestellten Versuche die in Tabelle II aufgeführten Werte. Schließlich zeigten Versuche, die am Elektrometer V angestellt wurden, ehe das Fadensystem eingesetzt war, daß sich der Wert 1,385 cm, der in dem in Fig. 3 gezeigten Aufbau gewonnen wurde, beim Umlegen des Instrumentes in die in Fig. 6 gezeigte Anordnung, änderte in den Wert 1,285 und in 1,298, falls das Beobachtungselektrometer, das auf dem kleinen Stativ in der Mitte der Anordnung steht, entfernt wurde.

Mithin kann aus den Messungen gefolgert werden, daß der durch fehlerhafte Extrapolation der in Ziffer 2 genannten experimentellen Kurven begangene Fehler sicher kleiner bleibt, als der durch mangelhafte Versuchsanordnung bedingte.

4. Es lag jetzt nahe, die nach dem für nunmehr zuverlässig gehaltenen Aufbau der Fig. 3 gewonnenen Hochfrequenzwerte mit Werten zu vergleichen, die mit statischen Methoden ermittelt werden. Als nächste kam die Harmssche Meßmethode[1]) in Betracht. Zunächst wurde das Einfaden-Elektrometer III nach derselben untersucht. Als Normalkondensator diente der von der Firma Günther & Tegtmeyer bezogene Zylinder-Kondensator C I, der in Fig. 2 der Arbeit I des Verfassers abgebildet worden ist.

Es wurden zwei Meßreihen ausgeführt, und zwar die erste beim Influenzierungskoeffizienten $c = 5{,}85$ cm, die zweite beim Influenzierungskoeffizienten $c = 3{,}51$ cm. Die erste Meßfolge ergab für die Kapazität des Elektrometers den Wert 2,82 cm, die zweite 2,77 cm, so daß als Gesamtmittel 2,80 cm resultiert. Dieser Wert gilt offenbar, da die Meßreihen über den ganzen Bereich der Skala laufen, für einen mittleren Skalenteil (etwa 30—40).

Hierauf wurde die Wulfsche Methode[1]) zur Messung herangezogen, die ebenfalls den Kapazitätswert auf statischem Wege ermittelt.

Nach dieser Methode wird zunächst die eine Belegung des Normalkondensators mit dem Elektrometer verbunden und das System bis zu einer bestimmten Spannung v_1 aufgeladen. Ist Q die Ladung, die Elektrometer + Kondensator aufnehmen, x die Kapazität des Elektrometers und C_{n_1} die Kapazität des Kondensators in dieser Stellung, so gilt

$$Q = (x + C_{n_1})\, v_1 .$$

Jetzt werden Elektrometer und Kondensator von einander getrennt. Auf dem Elektrometer bleibt eine Ladung Q' zurück, und es wird eine Spannung v_2 angezeigt, d. h.

$$Q' = x \cdot v_2 .$$

Jetzt wird das Elektrometer entladen und dann wieder mit dem Kondensator verbunden. Die Kapazität des Kondensators wird solange verkleinert, bis das Elektrometer wieder die Spannung v_1 anzeigt. Der Kondensator habe in dieser Stellung die Kapazität C_{n_2}. Die vorher auf dem Kondensator befindliche Elektrizitätsmenge war $Q - Q'$; sie hat sich jetzt auf Kondensator und Elektrometer verteilt, und es gilt für die neue Einstellung

$$Q - Q' = (x + C_{n_2}) \cdot v_1 .$$

Werden die Werte von Q und Q' aus den ersten beiden Gleichungen in diese Gleichung eingesetzt und wird $C_{n_1} - C_{n_2} = \Delta C_n$ gesetzt, so gilt

$$x = \Delta C_n \cdot \frac{v_1}{v_2} .$$

Dasselbe Einfaden-Elektrometer III, das vorher nach der Harmsschen Methode gemessen war, wurde jetzt nach dem zweiten Verfahren untersucht. Die Ergebnisse sind in der Tabelle III zusammengestellt.

Bei der Meßreihe I war $C_{n_1} = 2{,}000$ Sk.-T.
„ „ „ II „ $C_{n_1} = 5{,}000$ Sk.-T.
„ „ „ III „ $C_{n_1} = 8{,}000$ Sk.-T.,

so daß an verschiedenen Stellen des Normalkondensators gemessen worden ist. Jede Messung

1) Harms, Physik. Zeitschr. **5**, 47, 1904.

1) Wulf, Physik. Zeitschr. **26**, 353, 1925.

Tabelle III.

Kapazität des Einfaden-Elektrometers III. Wulfsche Methode.

I.

C_{n_1} = 2,000 Skalen-Teile, = 26,424 cm

v_1 = 50,0 Skalen-Teile, = 108,7 Volt

Messung	Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Mittelwert	
C_{n_2}	SkT.	1,136	1,0995	1,115	1,099	1,138	1,130	1,109	1,120	1,124	1,123	1,113	1,112	1,116	1,128	1,11875	= 24,0605 cm
v_2	SkT.	47,0	46,9	47,1	47,0	47,15	47,05	47,0	47,1	47,0	47,0	47,1	47,0	47,0	47,1	47,03	= 104,65 Volt
$\Delta C_n = C_{n_1} - C_{n_2}$	cm																2,3635 cm
$x = \Delta C_n \cdot \frac{v_1}{v_2}$	cm																2,455 cm

II.

C_{n_1} = 5,000 Skalen-Teile, = 34,470 cm

v_1 = 49,0 Skalen-Teile, = 107,3 Volt

Messung	Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Mittelwert	
C_{n_2}	SkT.	4,087	4,100	4,104	4,092	4,098	4,106	4,087	4,097	4,103	4,110	4,090	4,087	4,09675	= 32,0475 cm
v_2	SkT.	44,8	44,9	44,8	45,1	45,2	45,5	44,8	45,2	45,2	45,2	45,0	45,2	45,075	= 101,9 Volt
$\Delta C_n = C_{n_1} - C_{n_2}$	cm														2,4225 cm
$x = \Delta C_n \cdot \frac{v_1}{v_1}$	cm														2,550 cm

III.

C_{n_1} = 8,000 Skalen-Teile, = 42,516 cm

v_1 = 50,0 Skalen-Teile, = 108,7 Volt

Messung	Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Mittelwert	
C_{n_2}	SkT.	7,085	7,076	7,087	7,079	7,081	7,083	7,072	7,082	7,091	7,089	7,083	7,0825	= 40,0552 cm
v_2	SkT.	46,2	46,1	46,25	46,15	46,3	46,3	46,25	45,9	46,1	46,2	46,3	46,19	= 103,7 Volt
$\Delta C_n = C_{n_1} - C_{n_2}$	cm													2,4608 cm
$x = \Delta C_n \cdot \frac{v_1}{v_2}$	cm													2,581 cm

Mittel aus den 3 Meßreihen: $x = 2{,}53 + 0{,}04$ für einen mittleren Ausschlag.
Zeitdauer einer Messung etwa 20 sec.

Tabelle IV.

Kapazität des Einfaden-Elektrometers III nach der Methode von Harms (Physik. Zeitschr. 5, 47, 1904) mit Harms-Kondensator $C_{1314} = 41{,}3$ cm.

I. Die Kapazität $K = c \cdot \frac{V}{v}$ wurde als Mittel aus 46 Einzelwerten zu 47,934 cm ermittelt.

II. Die Elektrometerkapazität γ wurde nach der Gleichung $\gamma = K \cdot \frac{v_1 - v_3}{v_2}$ aus nachstehenden Werten zu 2,610 cm bestimmt.

Meßreihe Nr.	Versuch Nr.	v_1 Volt	v_2 Volt	v_3 Volt	γ cm	$\gamma_{\text{Mittelwert}}$ cm
1.	1.	141,3	136,7	133,7	2,664	
	2.	133,55	128,85	126,3	2,697	
	3.	126,3	122,1	119,6	2,631	
	4.	119,6	115,45	113,05	2,718	
	5.	113,05	108,97	107,25	2,552	
	6.	107,25	103,4	101,45	2,687	
	7.	101,45	97,75	96,1	2,624	2,653
2.	1.	142,5	138,1	134,9	2,639	
	2.	134,9	130,6	127,75	2,626	
	3.	127,75	123,75	120,95	2,634	
	4.	120,95	117,05	114,5	2,642	
	5.	114,5	110,95	108,7	2,507	
	6.	108,7	105,1	103,05	2,578	
	7.	103,05	99,55	97,75	2,552	
	8.	97,75	94,55	92,55	2,635	
	9.	92,55	89,65	87,7	2,594	2,601
3.	9 Einzelversuche von 142,5 Volt auf 87,85 Volt herabgehend					2,637
4.	9 „ „ 142,5 Volt „ 88,05 Volt „					2,581
5.	8 „ „ 112,65 Volt „ 73,8 Volt „					2,550
6.	9 „ „ 140,1 Volt „ 85,45 Volt „					2,648
7.	9 „ „ 140,1 Volt „ 86,4 Volt „					2,590
8.	9 „ „ 140,1 Volt „ 85,9 Volt „					2,617
					Mittelwert	$2{,}610 \pm 0{,}013$

wurde etwa ein dutzendmal wiederholt. Als Gesamtmittel ergab sich aus den Messungen die Elektrometerkapazität zu 2,53 cm. Dieser Wert liegt zwischen dem nach der Harmsschen Methode und dem nach dem Schwebungsverfahren ermittelten Werte (letzterer gleich 2,12 cm). Er läßt sich insofern besser mit dem nach dem Schwebungsverfahren ermittelten Werte vergleichen, als in beiden Fällen derselbe Kondensator mit derselben Eichkurve benutzt worden ist.

Bei der nach Harms durchgeführten Messung war zwar ein von der Physikalisch-Techn. Reichsanstalt geeichter Kondensator benutzt worden, doch war es schwierig dieselben Einstellungswerte wegen seiner geringen Empfindlichkeit wiederzufinden. Hier war Herr Prof. Dr. Harms so liebenswürdig, da dem Verfasser kein Harmsscher Kondensator zur Verfügung stand, ihm mit einem eigenen sorgfältig geeichten, dessen Influenzierungskoeffizient 41,3 cm beträgt, auszuhelfen. Es sei ihm hierfür auch an dieser Stelle aufrichtigst gedankt.

Die Messungen wurden am Einfadenelektrometer III wiederholt und ergaben nunmehr den Kapazitätswert $\gamma = 2{,}610 + 0{,}013$, (siehe Tabelle IV). Das Resultat ist der Mittelwert aus 8 Meßreihen, jede Meßreihe selbst bestand wieder aus mindestens 7 Einzelmessungen.

Ferner wurde noch das selbstgebaute Einfadenelektrometer V nach beiden Methoden untersucht; die Bestimmung wurde wie beim Elektrometer III ausgeführt. Bei der Messung nach Harms mit einem Harmskondensator ergab sich $\gamma = 3{,}067 + 0{,}01$; bei der Messung nach Wulf mit dem Wulfschen Röhrenkondensator $C = 3{,}09 + 0{,}02$ cm. Trotz hoher Meßgenauigkeit liegen alle bisher ermittelten Werte erheblich über den mit Hochfrequenz bestimmten Werten:

Beim Elektrometer III: 2,53 und 2,61 gegen 2,12 cm;
beim Elektrometer V: 3,09 und 3,07 gegen 2,66 cm.

5. Diese Meßergebnisse gaben Anlaß zu untersuchen, wodurch der Kapazitätsunterschied bedingt sein könnte.

Nun ist bekannt[1], daß im allgemeinen die scheinbare Kapazität eines Kondensators mit wachsender Frequenz abnimmt. Bei den bislang untersuchten Elektrometern kamen als Dielektrika vornehmlich Luft und Bernstein, bei den Attrappen noch Hartgummi in Betracht. Hinreichende zahlenmäßige Angaben über die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante (E) dieser Mittel fanden sich bislang nicht vor. So gibt Landolt-Börnstein für Bernstein nur an:

Bei λ ist	E
∞	2,80
—	2,863.

Ferner soll nach Jäger[2] für Ebonit gelten:

λ:	$1{,}2 \cdot 10^6$ cm	3000	300	30—40
ν:	250	10^5	10^6	10^7
E:	3,11	3,09	3,03	3,05

Ferner ist nach Ernst Möller[3], der Paraffin, Quarz, Glas, Porzellan, Hartpapier und Preßspan untersucht hat, nur bei Materialien mit großem Verlustwinkel eine Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante festzustellen; und zwar nimmt dieselbe z. B. bei Hartpapier mit steigender Frequenz nur in geringem Maße ab.

Im vorliegenden Falle handelt es sich deshalb zunächst darum festzustellen, ob allein die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante der benutzten Mittel von der Frequenz die ermittelten Kapazitätsunterschiede bedingen kann oder ob noch andere Ursachen vorliegen.

Zu diesem Zwecke wurde eine Anordnung benutzt, bei der in ganz genau gleicher Weise eine statische und eine dynamische Kapazitätsmessung ausgeführt werden konnte, zunächst an gewöhnlichen Kondensatoren, dann auch an Elektrometern:

Nach der in Fig. 7 A angegebenen Schaltung wurde mit dem Normalkondensator von Wulf C_{VI} und dem veränderlichen Kondensator C_{IV} (siehe Fig. 2 der Arbeit I) ein Elektrometer so zusammengeschaltet, daß das Elektrometersystem mit je einer Platte der Kondensatoren verbunden war. Zur Ausführung der statischen Messung wurde das Elektrometersystem geladen, dann der veränderliche Kondensator C_{IV} um ΔC und darauf der Wulfsche Normalkondensator solange geändert, bis wieder derselbe Ausschlag am Elektrometer erreicht war ΔC_{n_1}. Die Anordnung wurde dann in die Hochfrequenzapparatur eingebaut, und zwar wurde die Verbindung mit dem Hochfrequenzschwingungskreis in der Weise durchgeführt, wie sie die 2. Schaltungsskizze der Fig. 7 zeigt. Bei bestimmter Stellung der beiden Kondensatoren wird auf Schwebung Null eingestellt, dann wird der Kondensator C_{IV} wieder um dasselbe ΔC geändert und mit dem Normalkondensator C_n solange nachgefolgt, bis wieder Schwebung o erreicht ist. Dazu war eine Änderung am Normalkondensator um ΔC_{n_2} nötig.

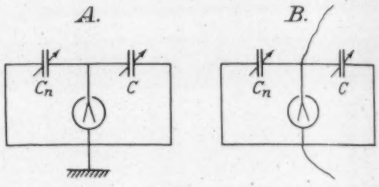


Fig. 7.

In der Tabelle V sind unter Benutzung des Elektrometers IV einige solcher Messungen zusammengestellt. Aus einem Vergleich der Werte ΔC_n ergibt sich, daß in diesem Falle die statisch und dynamisch ermittelten Werte miteinander übereinstimmen. In ähnlicher Weise wurde noch eine zweite Versuchsreihe ausgeführt, und zwar folgendermaßen:

Tabelle V.

Elektrometer IV.

C = Plattenkondensator IV von Günther & Tegetmeyer
C_n = Röhrenkondensator VI von Wulf.

ΔC Skalen-Teile	Meßmethode	ΔC_n cm	Differenz cm
a) 5,0 bis 0,1	statisch	$9{,}08_0$	— $0{,}03_5$
	dynamisch	$9{,}11_5$	
b) 5,0 bis 0,2	statisch	$6{,}39_5$	— $0{,}04_7$
	dynamisch	$6{,}43_2$	
c) 5,0 bis 0,5	statisch	$3{\cdot}35_0$	— $0{,}26_0$
	dynamisch	3.61_0	
d) 5,0 bis 1,0	statisch	$1{,}77_4$	— $0{,}04_6$
	dynamisch	$1{,}82_0$	

Das Elektrometer IV wurde nach Fig. 8 mit dem Wulfschen Normalkondensator zusammengeschaltet und bis zu einem bestimmten Teilstrich aufgeladen; dann wurde der vorher vollkommen entladene Kondensator C dazu geschaltet. Um wieder den gleichen Ausschlag zu bekommen, mußte C_n um ΔC_n geändert werden.

1) Siehe z. B. Graetz, Handb. d. Elektrizität u. d. Magnetismus. Bd. I, S. 241. Fußnote 6; Landolt-Börnstein: Phys. Chem. Tabellen 1923, S. 1032 u. 1033.
2) Jäger, Ann. d. Phys. **53**, 409, 1917.
3) E. Möller, Archiv f. Elektrotechnik **15**, 16. 1925.

Ein analoger Versuch wurde mit der Schwebungsapparatur ausgeführt, wobei jedesmal auf Schwebung o eingestellt wurde. An Kondensatoren C wurden benutzt: der selbstgebaute Röhrenkondensator V (ebenso wie die beiden nachgenannten in Fig. 2 der Arbeit I abgebildet), der selbstgebaute veränderliche Kondensator II in der Stellung 30 Sk-T. und der konstante Kondensator III von Günther & Tegetmeyer. Ein Vergleich der Ergebnisse (siehe Tabelle VI) zeigt, daß auch in

Tabelle VI.

Elektrometer IV.

C_n = Röhrenkondensator VI von Wulf.

C	Meßmethode	ΔC_n cm	Differenz cm
V	statisch	3,35	+0,01
	dynamisch	3,34	
II	statisch	7,80	+0,05
	dynamisch	7,75	
III	statisch	10,92	+0,07
	dynamisch	10,85	

diesem Falle eine Übereinstimmung der statisch und dynamisch ermittelten Werte vorliegt; jedenfalls tritt keine Differenz von 0,4 cm auf, wie sie bisher bei der Elektrometermessung beobachtet worden war.

Nachdem so für beliebige Kondensatoren die Übereinstimmung von statisch und dynamisch ermittelten Werten erwiesen war, wurde jetzt untersucht, ob das gleiche sich auch für die Kapazität von Elektrometern nachweisen läßt.

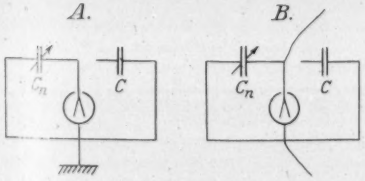


Fig. 8.

6. Zu diesem Zwecke wurde dieselbe Methode angewandt, die zuletzt beschrieben worden ist, und eine Schaltung verwendet, die der Fig. 8 entspricht. C_n ist hier wieder der Wulfsche Normalkondensator IV, C dagegen das Elektrometer, dessen Kapazitätswert bestimmt werden soll. Die Zusammenschaltung von C_n, C und dem Beobachtungselektrometer zeigt Fig. 6. Das Verfahren war das gleiche wie vorher. Ohne C wurde das Elektrometer und der Normalkondensator auf eine bestimmte Spannung aufgeladen, dann wurde die Elektrometerkapazität C dazugeschaltet und C_n solange verändert, bis derselbe Ausschlag am Beobachtungselektrometer erreicht war. Entsprechend wurde bei Einschaltung in die Schwebungsapparatur verfahren; nur wurde hier die Einstellung jedesmal auf Schwebung o vorgenommen. Als Beobachtungselektrometer (siehe Tabelle VII) kam einmal das Elektrometer IV, dann Elektrometer III in Frage, während als C umgekehrt erst das Elektrometer III, dann das Elektrometer IV diente. Jede Messung wurde 10 mal wiederholt. Als Mittelwerte ergaben sich für jede Messung die in der vorletzten Vertikalreihe der Tabelle VII stehenden ΔC_n-Werte. Wie man sieht, stimmen diese hinreichend genau miteinander überein.

Tabelle VII.

C_n = Röhrenkondensator VI von Wulf.

Beobachtungs-Elektrometer	C	Methode	ΔC_n cm	Differenz cm
IV	Einfaden-Elektrometer III	statisch	2,75	+0,02
		dynamisch	2,73	
III	Einfaden-Elektrometer IV	statisch	3,57	−0,05
		dynamisch	3,62	

7. Als Resultat der unter 5 und 6 mitgeteilten Untersuchungen kann angegeben werden, daß die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Frequenz zu gering ist, als daß sie vollständig die Differenz in den statischen nach Harms bzw. Wulf oder mit Hochfrequenz ermittelten Werten erklären könnte. Aber auch Erscheinungen des Dielektrikums, wie etwa Hysteresis oder gar mangelhafte Isolation hätten sich, falls sie als Ursachen der großen Differenz in Betracht kommen würden, in den Versuchen geltend machen müssen. Da aber die hier festgestellten Kapazitätsunterschiede nur klein sind, kann auch diese Vermutung nicht aufrecht erhalten werden. Dagegen ist es sehr wohl möglich, daß bei den kleinen Kapazitätsdifferenzen der Versuche 5 und 6 die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Frequenz und geringe Leitfähigkeit und Hysteresis des Dielektrikums eine Rolle spielen, denn die festgestellten Unterschiede sind etwas größer als die durch die Versuchsanordnung bedingten Fehler.

Nun ist aber folgender Umstand bislang noch nicht genügend beachtet worden:

Die Methoden von Harms und Wulf zur Bestimmung der Kapazität von Elektrometern

machen von der Eigenschaft dieser Instrumente als Spannungsmesser Gebrauch (sie setzen ein geeichtes Instrument voraus) und arbeiten mit Abtrennung von Ladungen, Entladung und Neuaufladung. Das unter 6 angewandte Verfahren behandelt die Elektrometer dagegen wie gewöhnliche Kondensatoren. Leider lassen sich die unter 6 der jetzigen und 8 der Arbeit I gewonnenen Werte nicht miteinander vergleichen, da bei der Anordnung 6 die Stellung des Elektrometers zu den übrigen Apparateteilen von Einfluß ist und, weil diese „Figurationskapazität" nicht ohne weiteres zu bestimmen ist, nicht eliminiert werden kann.

Die Beseitigung dieses Umstandes und die Bestimmung der Kapazität eines Elektrometers auf statischem Wege ohne Benutzung der Eichkurve des Instrumentes und ohne mit Ladungsteilung, Entladung und Neuaufladung zu arbeiten, wurde in folgendem Versuche vorgenommen.

8. Das unter 2 bereits mit Hochfrequenz untersuchte Elektrometer V gelangte nach der Methode 6 zur Untersuchung, zunächst ehe das eigentliche Fadensystem eingesetzt worden war. Das Zuleitungszwischenstück war noch herausnehmbar. Das Ergebnis der Messungen zeigt Tabelle VIII.

Tabelle VIII.

Elektrometer V.

Nr.	Untersuchte Kapazität	Kapazitätswert C	
		statisch cm	dynamisch cm
1.	Zuleitungszwischenstück	$1{,}14_3 \pm 0{,}011$	$1{,}28_5 \pm 0{,}003$
2.	Zuleitungszwischenstück + Figurationskapazität	$1{,}53_1 \pm 0{,}011$	$1{,}58_5 \pm 0{,}003$
3.	Figurationskapazität	(0,145)	$0{,}28_9 \pm 0{,}007$
4.	Fadensystem + Zuleitungszwischenstück + Figurationskapazität	$2{,}84_8 \pm 0{,}004$	$2{,}91_2 \pm 0{,}006$

1. Zunächst ist die Kapazität des Zuleitungszwischenstückes direkt gemessen worden, statisch und mit Hochfrequenz, dadurch daß zunächst eine Einstellung der Meßanordnung vorgenommen wurde, ehe das Zuleitungszwischenstück in das Elektrometer, welches während des ganzen Versuches nicht von der Stelle bewegt wurde, eingesetzt war. Dann wurde dasselbe eingesetzt und der Normalkondensator nachgedreht; Aufbau wie unter 5 geschildert.

2. Sodann ist gemessen worden die Kapazität:

   Zuleitungszwischenstück + Figurationskapazität.

   (ganz wie unter 6 angegeben unter Platzänderung des Elektrometers) statisch und dynamisch.

3. Ferner wieder nach 6 nur die Figurationskapazität statisch und dynamisch dadurch, daß nach Entfernung des Zuleitungszwischenstückes aus dem Elektrometer dasselbe wie unter 2 behandelt wurde. Bei dieser Messung zeigte sich, daß die kleine Figurationskapazität statisch recht schwer zu messen war. Aus diesem Grunde ist der Wert in der Tabelle eingeklammert worden.

Zunächst resultiert, daß der Wert der Figurationskapazität mit Hochfrequenz nach 3 bestimmt, nahezu übereinstimmt mit dem als Differenz aus 1 und 2 erhaltenen Hochfrequenzwerte

$0{,}283 \pm 0{,}007$ cm gegen $1{,}585 - 1{,}285 = 0{,}300$ $(\pm 0{,}004)$ cm.

Nach Einsetzung des Fadensystems wurde das Elektrometer ebenso wie das Elektrometer III und IV nach der Methode 6 untersucht; das Ergebnis zeigt Tabelle VIII Nummer 4.

Aus den vorliegenden Versuchsdaten läßt sich nunmehr folgern, daß die Kapazität des Elektrometers wieder statisch bestimmt jetzt nur $2{,}46 \pm 0{,}03$ cm beträgt. Sie setzt sich zusammen aus der Kapazität des Fadensystems, welche zu 1,314 cm als Differenz aus den Werten 4 und 2 der Tabelle VIII bestimmt wird, und der Kapazität des Zuleitungszwischenstückes 1,143 cm. Diesem Werte stehen die dynamischen Werte gegenüber, und zwar

2,66 cm nach dem in Ziffer 2 geschilderten Verfahren bestimmt,

2,63 cm nach Tabelle VIII als Differenz aus 4 und 3 ermittelt,

2,61 cm nach Tabelle VIII aus $4 - (2 - 1)$.

Wie man sieht, kann man jetzt eher von einer Übereinstimmung zwischen statischen und Hochfrequenzwerten (2,46 gegen 2,63) sprechen. Die noch bestehende Abweichung kann nicht nur ihre Ursache in Meßfehlern haben, die bei den geringen Absolutwerten und der Methode der Bestimmung aus Differenzen immerhin erheblich sein können, sondern auch durch einige der unter Ziffer 7 angedeuteten Eigenschaften des Dielektrikums bedingt sein. Dagegen liegt der neue statische Wert 2,46 immer noch erheblich unter den

nach Wulf bzw. Harms ermittelten Werten von 3,09 bzw. 3,07 cm.

9. Es sei zugegeben, daß der Weg die Kapazität des Elektrometers auf dem unter 8 geschilderten Umwege statisch auf andere Weise als nach Harms oder Wulf zu bestimmen, umständlich erscheint, und die gefundene bessere Übereinstimmung vielleicht ein Zufallresultat sein könnte. Immerhin wurde aber so sorgfältig verfahren, daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Irrtums gering ist.

Es wäre daher zu begrüßen, wenn auch von anderer Seite entsprechende Versuche angestellt würden, damit Klarheit darüber gewonnen wird, ob wirklich den bekannten, für zuverlässig gehaltenen Methoden von Harms und Wulf bei der Bestimmung sehr kleiner Kapazitäten eine gewisse Unsicherheit anhaftet.

Die Untersuchungen wurden, ebenso wie die früheren, mit Unterstützung durch die Helmholtz-Gesellschaft geführt, für die ihr auch an dieser Stelle erneut Dank ausgesprochen werde.

Freiberg (Sa.), 24. August 1927.

(Eingegangen 30. August 1927.)

Einfluß der Beleuchtungsapertur auf den Depolarisationsgrad des Tyndall-Lichts.

Von R. Gans.

Der Depolarisationsgrad A des Tyndall-Lichts ist eine charakteristische Größe für die lichtzerstreuende Substanz. Unter A wollen wir das Verhältnis der Intensitäten des parallel und senkrecht zum einfallenden Strahl schwingenden Lichts verstehen. Als Beobachtungsrichtung ist dabei eine Richtung senkrecht zum einfallenden Strahl gedacht.

Stillschweigend ist hierbei vorausgesetzt, daß die einfallenden Strahlen in Strenge einander parallel sind. Ist das nicht der Fall, sondern ist die Beleuchtungsapertur endlich, so wird das Meßergebnis gefälscht, und zwar zu groß; man muß es also auf unendlich kleine Beleuchtungsapertur reduzieren.

Bei kleiner Apertur und großem Depolarisationsgrad macht dieser Fehler nichts Merkliches aus. Ist aber der Depolarisationsgrad der Substanz klein, so ist Vorsicht geboten. Deshalb soll die am Meßresultat anzubringende Korrektion berechnet werden, damit man in jedem Fall die Größe des begangenen Fehlers abschätzen kann.

Wir führen zu dem Zweck ein im Raum festes Achsenkreuz x, y, z und ein im lichtzerstreuenden Teilchen festes ξ, η, ζ ein[1]). Die Richtungskosinus seien durch das Schema

	x	y	z
ξ	α_1	β_1	γ_1
η	α_2	β_2	γ_2
ζ	α_3	β_3	γ_3

(1)

gegeben.

Ist $\mathfrak{E}$ die erregende Kraft, $\mathfrak{p}$ das im Teilchen erregte Moment, so gilt

$$\begin{aligned}\mathfrak{p}_\xi &= \mathfrak{g}_1 \mathfrak{E}_\xi = \mathfrak{g}_1 (\alpha_1 \mathfrak{E}_x + \beta_1 \mathfrak{E}_y + \gamma_1 \mathfrak{E}_z)\\ \mathfrak{p}_\eta &= \mathfrak{g}_2 \mathfrak{E}_\eta = \mathfrak{g}_2 (\alpha_2 \mathfrak{E}_x + \beta_2 \mathfrak{E}_y + \gamma_2 \mathfrak{E}_z)\\ \mathfrak{p}_\zeta &= \mathfrak{g}_3 \mathfrak{E}_\zeta = \mathfrak{g}_3 (\alpha_3 \mathfrak{E}_x + \beta_3 \mathfrak{E}_y + \gamma_3 \mathfrak{E}_z).\end{aligned} \tag{2}$$

Berechnen wir aus (2) mittels (1) die Komponenten $\mathfrak{p}_x, \mathfrak{p}_y, \mathfrak{p}_z$ und bilden die quadratischen Mittelwerte über alle den Gesetzen des Zufalls gehorchenden Orientierungen der Teilchen, so ergibt sich nach einfacher Rechnung

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{p}_x^2} &= (A - B)\,\mathfrak{E}_x^2 + B\mathfrak{E}^2\\ \overline{\mathfrak{p}_y^2} &= (A - B)\,\mathfrak{E}_y^2 + B\mathfrak{E}^2\\ \overline{\mathfrak{p}_z^2} &= (A - B)\,\mathfrak{E}_z^2 + B\mathfrak{E}^2.\end{aligned} \tag{3}$$

Hier bedeutet

$$A = \frac{1}{5} G + \frac{2}{15} \Gamma;\ B = \frac{1}{15} (G - \Gamma), \tag{4}$$

wenn G und Γ Abkürzungen sind für

$$G = \mathfrak{g}_1^2 + \mathfrak{g}_2^2 + \mathfrak{g}_3^2;\ \Gamma = \mathfrak{g}_2\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_1\mathfrak{g}_2. \tag{5}$$

Bestimmen ϑ und φ die Richtung eines bestimmten Strahls, so ist

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_x &= \mathfrak{E}_\vartheta \cos\vartheta \cos\varphi - \mathfrak{E}_\varphi \sin\varphi\\ \mathfrak{E}_y &= \mathfrak{E}_\vartheta \cos\vartheta \sin\varphi + \mathfrak{E}_\varphi \cos\varphi\\ \mathfrak{E}_z &= -\mathfrak{E}_\vartheta \sin\vartheta.\end{aligned} \tag{6}$$

Bestehen die einfallenden Strahlen aus natürlichem Licht, so gelten für jeden Strahl des Beleuchtungkegels die zeitlichen Mittelwerte

$$\overline{\mathfrak{E}_\vartheta^2} = \overline{\mathfrak{E}_\varphi^2} = i;\ \overline{\mathfrak{E}_\vartheta \mathfrak{E}_\varphi} = 0. \tag{7}$$

Man hat also (6) in (3) einzusetzen, (7) zu berücksichtigen, mit $\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$ zu multiplizieren und über ϑ von 0 bis ϑ und über φ von 0 bis 2π zu integrieren. Nennt man die Resultate $\overline{P_x^2}, \ldots$ so erhält man

1) ξ, η, ζ sind die Hauptachsenrichtungen des Teilchens.

$$\overline{P_x^2} = i\pi\,[(A-B)\;U + 4B(1-u)]$$

$$\overline{P_y^2} = i\pi\,[(A-B)\;U + 4B(1-u)] \quad (8)$$

$$\overline{P_z^2} = i\pi\,[(A-B)\,2V + 4B(1-u)],$$

wo $u = \cos\vartheta$; $U = \frac{1-u}{3}(4+u+u^2)$;

$$V = \frac{1-u}{3}(2-u-u^2) \quad (9)$$

gesetzt ist.

Daraus folgt für den Depolarisationsgrad nach einfacher Rechnung

$$\Delta = \frac{\overline{P_z^2}}{\overline{P_x^2}} = \frac{4B + 2(A-B)\psi}{2(A+B) - (A-B)\psi} \quad (10)$$

mit der Abkürzung

$$\psi = (1-u)\frac{2+u}{3}. \quad (11)$$

Setzt man in (10) die Größen (4) ein, so erhält man

$$\Delta = 2\,\frac{2(G-\Gamma) + (2G+3\Gamma)\psi}{2(4G+\Gamma) - (2G+3\Gamma)\psi}. \quad (12)$$

Da nun Δ für $\lim \psi = 0$, d. h. nach (9) und (11) für unendlich kleine Apertur in

$$\Delta_0 = \frac{2(G-\Gamma)}{4G+\Gamma} \quad (13)$$

übergeht, so kann man Δ_0 in (12) einführen, und es wird

$$\Delta = \frac{\Delta_0 + (1-\Delta_0)\psi}{1 - \frac{1-\Delta_0}{2}\psi}. \quad (14)$$

Löst man diese Gleichung nach Δ_0 auf, so hat man schließlich die Reduktionsformel

$$\Delta_0 = \frac{\Delta - \left(1+\frac{\Delta}{2}\right)\psi}{1 - \left(1+\frac{\Delta}{2}\right)\psi} \quad (15)$$

mit

$$\psi = (1-\cos\vartheta)\frac{2+\cos\vartheta}{3} \quad (16)$$

$$= 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\left(1 - \frac{2}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right).$$

Hier ist Δ der gemessene Depolarisationsgrad, Δ_0 der auf unendlich kleine Apertur reduzierte.

Sind Δ und ψ klein gegen 1, so gilt genähert

$$\Delta_0 = \Delta - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta. \quad (15')$$

Beleuchtet man z. B. direkt mit der Sonne, so ist $\vartheta = 16'$, d. h. $\psi = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$. Bildet man aber zur Verstärkung der Beleuchtungsintensität die Sonne durch eine Linse der großen Brennweite F ab und macht die Strahlen durch eine Linse der kleinen Brennweite f wieder „parallel", so ist $\operatorname{tg}\vartheta = \frac{F}{f}\,tg\,16'$.

Die von Ramanathan und Srinivasan[1]) abgeleitete Formel

$$\Delta = \Delta_0 + (1-\Delta_0)\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

ist unrichtig. Auch mit der von Cabannes und Granier[2]) angegebenen Korrektionsformel

$$\Delta_0 = \Delta - \frac{\pi^2}{144}\sin^2\vartheta$$

kann ich mich nicht einverstanden erklären. Rocard[3]) leitet die Näherungsformel

$$\Delta_0 = \Delta - \frac{1}{4}\sin^2\vartheta$$

ab, wenn ich seine Worte „le quart du carré de la demi-ouverture du faisceau incident" richtig verstehe. Vielleicht bezieht er sich dabei stillschweigend auf linear polarisiertes einfallendes Licht.

Unsere Reduktionsformel gilt, wie aus obiger Ableitung hervorgeht, nur für diejenigen Punkte, des erleuchteten Raums, in die trotz der strahlenbegrenzenden Blende Strahlen von allen Punkten der Lichtquelle gelangen können, oder mit anderen Worten: sie gilt für alle diejenigen Teilchen, von denen aus man die ganze Lichtquelle sehen kann. Sie reduziert also die Lichtquelle endlicher Ausdehnung auf eine im Unendlichen befindliche punktförmige Lichtquelle. Vorausgesetzt ist dabei, daß alle von einem Punkt der Lichtquelle ausgehenden Strahlen im durchleuchteten Beobachtungsraum unter sich parallel sind.

Wenn jedoch, wie bei der Anordnung von Cabannes und Granier, eine im Unendlichen befindliche punktförmige Lichtquelle (von der Ausdehnung der Sonne können wir jetzt absehen) im Endlichen abgebildet wird, so ist es gar nicht möglich, mittels des doppelbrechenden Prismas und des Nicols für alle Strahlen des Kegels auf Halbschatten einzustellen. Man wird infolgedessen einen mittleren Halbschatten aufsuchen. Es bleibt also unsicher,

1) K. R. Ramanathan u. N. G. Srinivasan, Phil. Mag. (7) **1**, 493, 1926.

2) J. Cabannes u. J. Granier, Journ. de phys. et le Radium (6) **4**, 436, 1923.

3) Y. Rocard, C. R. **182**, 690, 1926.

was diese Autoren gemessen haben. Diese Unsicherheit fällt um so mehr ins Gewicht, je größer die Apertur des benutzten Objektivs ist. Diese betrug bei ihnen 0,24. Hätten sie auf mittleren Halbschatten aller Strahlen des Kegels eingestellt, so würde auch hier Formel (15) gelten und die „Korrektion" wäre von der Größenordnung der zu messenden Größe. (Es wäre von den gemessenen Werten, die sich zwischen 0,02 und 0,12 bewegen, 0,03 abzuziehen!)

Gegen diese Überlegung läßt sich auch nicht einwenden, daß die Strahlen verschiedener Richtung in diesem Falle kohärent sind, während bei den obigen Überlegungen inkohärente Strahlen in Frage kommen, denn praktisch kann man nicht exakt auf den Halbschatten in der Kegelspitze einstellen, in der allerdings der elektrische Vektor trotz der Konvergenz der Strahlen senkrecht zur Objektivachse schwingt, genau wie in dem Raume vor dem Objektiv, wo die Strahlen noch parallel sind.

Königsberg, II. Physikalisches Institut, 26. August 1927.

(Eingegangen 30. August 1927.)

Die gegenseitige Einwirkung zweier Wasserstoffatome.

von S. C. Wang.

Das Problem der gegenseitigen Energie zweier Wasserstoffatome ist von Interesse in zweierlei Hinsicht. Wenn diese Energie als Funktion des Abstandes bekannt ist, wird es möglich die Zustandsgleichung aufzustellen und so die Molekularkräfte in Zusammenhang mit den Abweichungen von den idealen Gasgesetzen zu bringen. Anders ausgedrückt heißt das, daß man die van der Waalssche Attraktionskraft auf Grund eines Atommodells berechnet hat. Andererseits würde es sehr interessant sein, wenn aus der Rechnung gefolgert werden könnte, daß zwei H-Atome in genügend kurzem Abstande imstande sind einen Quantensprung durchzumachen, den man als die chemische Reaktion

$$H + H = 2H$$

interpretieren kann.

Diese vorläufige Notiz bringt bloß die Lösung des Störungsproblems für zwei H-Atome in großem Abstande, sie gibt also noch keinen Aufschluß über die an zweiter Stelle genannte chemische Frage. Die Störungsrechnung ist aufgebaut auf die Schrödingersche Gleichung und wird durchgeführt mit Hilfe einer von Epstein[1]) herrührenden mathematischen Methode. Bestimmt man in bekannter Weise die potentielle Energie V zweier H-Atome, deren Kerne sich im Abstande R befinden und entwickelt den Ausdruck nach negativen Potenzen von R, so erhält man

$$V = -\frac{e^2}{r_1} - \frac{e^2}{r_2} - \frac{e^2}{R^3}\{2r_1r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - r_1r_2\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - r_1r_2\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\sin\varphi_1\sin_2\} + \frac{e^2}{R^4}\{..\} + \cdots$$

wenn $r_1, \vartheta_1, \varphi_1$ und $r_2, \vartheta_2, \varphi_2$ die relativen Koordinaten der Elektronen mit Bezug auf die Kerne sind und als Achse die Verbindungslinie der Kerne genommen wird. Die Gleichung für die Wellenfunktion folgt daher in der Form:

$$\Delta_1 U + \Delta_2 U + \frac{2m}{K^2}\Big\{E + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2} + \frac{e^2}{R^3}(2r_1r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - r_1r_2\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - r_1r_2\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2)\Big\}U = 0 \qquad (1)$$

An Stelle dieser Gleichung wollen wir vorläufig die einfachere Gleichung

$$\Delta_1 U + \Delta_2 U + \frac{2m}{K^2}\Big\{E + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2} + \lambda r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2\Big\}U = 0 \qquad (2)$$

betrachten, in welcher λ eine Abkürzung ist für e^2/R^3 und $K = \frac{h}{2\pi}$ gesetzt ist. Später soll dann

[1]) P. S. Epstein, Proc. Nat. Acad. of Sc. **12**, 692, 1926; **13**, 432, 1927.

der Zusammenhang erläutert werden, welcher zwischen dem Energieniveau der Gleichung (2) und demjenigen der vollständigen Gleichung (1) existiert. Um die Rechnung möglichst zu vereinfachen, soll gleich hier eingeführt werden, daß wir nur die Störungen des Normalzustandes zu wissen wünschen. Deshalb entwickeln wir E in der Form

$$E = E_0 + \lambda E_1 + \lambda^2 E_2 + \cdots, \tag{3}$$

wobei E_0 den Wert hat $-\frac{me^4}{K^2}$.

An Stelle von U führen wir zuerst eine neue Funktion Φ ein mit Hilfe der Substitution

$$U = e^{\alpha(r_1+r_2)}\,\Phi. \tag{4}$$

Die Differentialgleichung für Φ lautet dann

$$\Delta_1\Phi + \Delta_2\Phi + 2\alpha\frac{\partial\Phi}{\partial r_1} + 2\alpha\frac{\partial\Phi}{\partial r_2} + \frac{2\alpha\Phi}{r_1} + \frac{2\alpha\Phi}{r_2} + 2\alpha^2\Phi + \frac{2m}{K^2}\left\{E_0 + \lambda E_1 + \lambda^2 E_2 + \cdots + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2} + \lambda r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2\right\}\Phi = 0. \tag{5}$$

In dieser Gleichung bestimmen wir jetzt α so, daß die Glieder $2\alpha^2\,\Phi$ und $\frac{2mE_0}{K^2}$ sich gegenseitig aufheben, dazu ist nötig, daß

$$\alpha^2 = -\frac{mE_0}{K^2}$$

gesetzt wird. Wenn wir außerdem für α die negative Wurzel von α^2 wählen, finden wir, daß zugleich die Glieder mit Φ/r wegfallen.

Nunmehr machen wir für Φ den Ansatz

$$\Phi = \Phi_0 + \lambda\Phi_1 + \lambda^2\Phi_2 + \cdots, \tag{6}$$

die verschiedenen Funktionen $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \ldots$ müssen dann den Gleichungen genügen

$$\Delta_1\Phi_0 + \Delta_2\Phi_0 + 2\alpha\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_1} + 2\alpha\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_2} = 0 \tag{7}$$

$$\Delta_1\Phi_1 + \Delta_2\Phi_1 + 2\alpha\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_1} + 2\alpha\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_2} = -\frac{2m}{K^2}\left(r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + E_1\right)\Phi_0 \tag{8}$$

$$\Delta_1\Phi_2 + \Delta_2\Phi_2 + 2\alpha\frac{\partial\Phi_2}{\partial r_1} + 2\alpha\frac{\partial\Phi_2}{\partial r_2} = -\frac{2m}{K^2}\left(r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + E_1\right)\Phi_1 + E_2\Phi_0 \tag{9}$$

Um die Lösungen dieser Gleichungen zu erhalten, betrachten wir vorher die allgemeinere Gleichung

$$\Delta_1 X + \Delta_2 X + 2\alpha\frac{\partial X}{\partial r_1} + 2\alpha\frac{\partial X}{\partial r_2} - \left(\frac{2\alpha(l_1-1)}{r_1} + \frac{2\alpha(l_2-1)}{r_2}\right)X = 0, \tag{10}$$

in welcher α, l_1 und l_2 als unabhängige Parameter angesehen werden. Für $l_1 = 1$ und $l_2 = 1$ ist (10) mit (7) identisch.

Die allgemeine Lösung von (10) hat die Form

$$A_{l_1 n_1 m_1 l_2 n_2 m_2} N(l_1, n_1) P^{m_1}_{n_1}(\cos\vartheta_1) \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m_1\varphi_1 N(l_2, n_2) P^{m_2}_{n_2}(\cos\vartheta_2) \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m_2\varphi_2$$

oder kürzer

$$A_{l_1\ldots m_2} G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 n_2 m_2}$$

$A_{l_1\ldots m_2}$ ist eine Konstante, $P^m_n(\cos\vartheta)$ ist die adjungierte Kugelfunktion und $N(l,n)$ genügt der Gleichung

$$\frac{d^2N}{dr^2} + 2\left(\alpha + \frac{1}{r}\right)\frac{dN}{dr} - \left[\frac{2\alpha(l-1)}{r} + \frac{n(n+1)}{r^2}\right]N = 0. \tag{11}$$

Die ganzen Zahlen l, m, n können alle Werte annehmen, welche der Ungleichung $m \leq n \leq l-1$ genügen. Für einen gegebenen Wert von α existiert eine unendliche Reihe von Funktionen $N(l,n)$. Wenn wir indessen die Schrödingersche Endlichkeitsbedingung einführen, dann würde zu einem gegebenen Werte von α höchstens ein Wert von l gehören.

Die Funktion $N(l,n)$ genügen (bei gegebenem α) der folgenden Relation[1])

1) P. S. Epstein, loc. cit.

$$2\alpha r N(l,n) = (l+n+1)N(l+1,n) - 2lN(l,n) + (l-n-1)N(l-1,n)$$
$$= \frac{2n(2n+1)}{2\alpha}\left[N(l+1,n-1) - 2N(l,n-1) + N(l-1,n-1)\right]$$
$$= \frac{2\alpha}{(2n+2)(2n+3)}\Big[(l_1+n+1)(l+n+2)N(l+1,n+1) - 2(l+n+1)(l-n-1)N(l,n+1) + (l-n-1)(l-n-2)N(l-1,n+1)\Big] \tag{12}$$

bei geeigneter Wahl der multiplikativen Konstanten.

Wir werden außerdem Gebrauch machen von den folgenden bekannten Relationen zwischen Kugelfunktionen:

$$(2n+1)\cos\vartheta P_n^m = (n-m+1)P_{n+1}^m + (n+m)P_{n-1}^m$$
$$(2n+1)\sin\vartheta P_n^m = -(n-m+1)(n-m+2)P_{n+1}^{m-1} + (n+m-1)(n+m)P_{n-1}^{m-1} \tag{13}$$
$$= P_{n+1}^{m+1} - P_{n-1}^{m+1}.$$

Nach dieser Vorbereitung kommen wir zur Lösung der Gleichungen (7), (8) und (9).

Für Φ_0 finden wir offensichtlich

$$\Phi_0 = G^1_{100}\quad G^2_{100},$$

wenn die multiplikative Konstante gleich 1 gesetzt wird.

Für Φ_1 setzen wir die Reihe an:

$$\Phi_1 = \sum_{l_1\dots m_2} A_{l_1\dots m_2} G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 m_2 n_2}.$$

Wenn wir bedenken, daß $G^1 G^2$ eine Lösung von Gleichung (10) ist, erhalten wir aus (8) die folgende Bedingung:

$$\sum_{l_1\dots m_2} A_{l_1\dots m_2}\left[\frac{2\alpha(l_1-1)}{r_1} + \frac{2\alpha(l_2-1)}{r_2}\right] G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 n_2 m_2} = -\frac{2m}{K^2}[r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + E_1] G^1_{100}\, G^2_{100}$$

oder:

$$\sum_{l_1\dots m_2} A_{l_1\dots m_2}\Big[2\alpha r^2(l_1-1) + 2\alpha r_1(l_2-1)\, G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 n_2 m_2} \tag{14}$$
$$= -\frac{2m r_1 r_2}{K^2}\Big][r_1 r_2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + E_1] G^1_{100}\, G^2_{100}$$

Das rechte Glied von (14) kann mit Hilfe der Relation auf die Form gebracht werden:

$$\frac{2m}{K^2}\Big[-E_1 G^1_{100} G^2_{100} + E_1 G^1_{100} G^2_{200} + E_1 G^1_{200} G^2_{100} - E_1 G^1_{200} G^2_{200} - 4 G^1_{210} G^2_{210}$$
$$+ 4 G^1_{210} G^2_{310} + 4 G^1_{310} G^2_{210} - 4 G^1_{310} G^1_{310}\Big] \tag{15}$$

während das linke Glied die Form annimmt[1])

$$\sum_{l_1\dots m_2}\{2(l_1+l_2-2l_1 l_2) A_{l_1 l_2} + (l_1-1)(l_2+n_2) A_{l_1, l_2-1} + (l_1-1)(l_2-n_2) A_{l_1, l_2+1}$$
$$+ (l_1+n_1)(l_2-1) A_{l_1-1, l_2} + (l_1-n_1)(l_2-1) A_{l_1+1, l_2}\} G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 n_2 m_2}. \tag{16}$$

Der Vergleich von (16) und (17) lehrt, daß

$$A_{l_1 n_1 m_1 l_2 n_2 m_2} = 0$$

in allen Fällen, mit Ausnahme der beiden Fälle

$$m_1 n_1 m_2 n_2 = \begin{cases} 0\,0\,0\,0 \\ 1\,0\,1\,0. \end{cases}$$

Außerdem sehen wir, indem wir die Koeffizienten von $G^1_{100}\, G^2_{100}$ rechts und links vergleichen daß

$$E_1 = 0.$$

Alle Glieder in (15) sind deshalb vom Typus $G^1_{l_1 10}\, G^2_{l_2 10}$ so daß wir für Φ_1 erhalten

$$\Phi_1 = \sum_{l_1 l_2} A_{l_1 l_2} G^1_{l_1 10}\, G^2_{l_2 10}. \tag{17}$$

Wir lassen vorläufig die Koeffizienten in (17) unbestimmt und suchen die Lösung von (9) in ähnlicher Weise. Machen wir den Ansatz

$$\Phi_2 = \sum_{l_1\dots m_2} C_{l_1\dots m_2} G^1_{l_1 n_1 m_1} G^2_{l_2 n_2 m_2},$$

so ergibt sich

1). Die unnötigen Indizes $n_1 m_1 n_2 m_2$ wurden weggelassen.

$$\sum_{l_1 \dots m_2} C_{l_1 \dots m_2} [2 a r_2 (l_1 - 1) + 2 a r_1 (l_2 - 1)] G^1_{l_1 u_1 m_1} G^2_{l_2 u_2 m_2} =$$

$$- \frac{2m}{K^2} r_1^2 r_2^2 \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_2 \sum_{l l_2} A_{l l_2} G^1_{l 10} G^2_{l_2 10} \qquad (18)$$

$$- \frac{2m}{K^2} E_2 \Big[- G^1_{100} G^2_{100} + G^1_{100} G^2_{200} + G^1_{200} G^2_{100} - G^1_{200} G^2_{200} \Big].$$

Es ist einfach zu sehen, daß die Glieder mit den Koeffizienten $C_{l_1 \dots m_2}$ keine Funktionen vom Typus $G^1_{l00} G^2_{l00}$ erzeugen. Infolgedessen müssen solche Glieder, die mit den Koeffizienten $A_{l l_2}$ verknüpft sind gerade diejenigen Glieder aufheben, die E_2 enthalten. Eine längere Behandlung von Gleichung (18) liefert 3 Gleichungen, welche die 7 Konstanten A_{22}, A_{23}, A_{33}, A_{21}, A_{31}, A_{11} und E_2 miteinander verknüpfen (wenn die Symmetrierelation $A_{ij} = A_{ji}$ herangezogen wird). Außerdem liefert Gleichung (14) noch 3 weitere Gleichungen, welche nur die oben genannten Konstanten enthalten. Wir haben deshalb 6 Gleichungen für 7 Unbekannte. Im allgemeinen würde es daher möglich sein, z. B. E_2 beliebig zu wählen und dann die 6 Koeffizienten A zu berechnen. In unserem speziellen Falle verschwindet indessen die Determinante des Gleichungssystems zur Bestimmung der A-Werte und infolgedessen existiert nur ein bestimmter Wert von E_2, für welchen es möglich ist, die Verhältnisse der A-Werte anzugeben. Dieser Wert ist

$$E_2 = - \frac{81}{56} \frac{a^5}{e^2},$$

wenn mit a der Radius des ersten Bohrschen Kreises im Wasserstoffatom bezeichnet wird. Die Änderung des Energieniveaus beträgt hiernach

$$\lambda^2 E_2 = - \frac{81}{56} \frac{e^2 a^5}{R^6}.$$

Dieses ist indessen nicht die gegenseitige Energie zweier Wasserstoffatome im Abstande R, denn unsre Überlegungen bezogen sich auf Gleichung (2) in welcher das Störungspotential zu

$$\lambda r_1 r_2 \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_2$$

angenommen wurde, während die vollständige Gleichung (1) das Störungspotential

$$2\lambda r_1 r_2 \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_2 - \lambda r_1 r_2 \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \lambda r_1 r_2 \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2 \sin\varphi_1 \sin\varphi_2$$

enthält. Man kann nun beweisen, daß die Beiträge dieser 3 Glieder zum Energieniveau sich genau wie 4 : 1 : 1 verhalten. Das kann entweder geschehen durch eine detaillierte Betrachtung der verschiedenen Schritte der skizzierten Berechnungsweise oder indem man das Problem in der naheliegenden Weise behandelt, wobei man dann allerdings sowohl auf das diskontinuierliche wie auf das kontinuierliche Spektrum der Eigenwerte Rücksicht zu nehmen hat. Als Endresultat erhalten wir also, daß die gegenseitige potentielle Energie zweier Wasserstoffatome im Normalzustande und im gegenseitigen Abstande R den Wert hat

$$- \frac{243}{28} \frac{e^2 a^5}{R^6}.$$

Einige Worte über den Zusammenhang mit dem klassischen Bilde mögen angebracht sein. Nehmen wir zwei Dipole je vom Momente μ und mit der Polarisationskonstanten α im Abstande R und geben wir diesen Dipolen alle möglichen Orientierungen im Raum, so ist die gegenseitige potentielle Energie

$$- 2\alpha \frac{\mu^2}{R^6}.$$

Wenn wir nun aus dem bekannten Werte des quadratischen Starkeffektes für das Wasserstoffatom im Normalzustande $\alpha = \frac{9}{2} a^3$ entnehmen, so sehen wir, daß die gegenseitige potentielle Energie nach der Quantentheorie in klassischer Weise gedeutet werden kann als der Polarisationseffekt, den zwei Atome mit dem elektrischen Momente

$$\mu = 0{,}982\, e a$$

auf einander ausüben würden[1]. Ähnliches gilt in dem von Unsöld[2]) neulich behandelten Falle.

Die gegenseitige Energie ist im Abstande $R = 2 \cdot 10^{-8}$ cm gleich $1{,}28 \cdot 10^{-13}$ erg, das ist ungefähr das 2-, 3 fache der kinetischen Translationsenergie für 0° C.

Ich danke Herrn Prof. Debye für die Anregung zu dem vorliegenden Problem und sein freundliches Interesse während der Durchführung.

1) Vgl. P. Debye, Physik. Zeitschr. **21**, 178, 1920.
2) A. Unsöld, Zeitschr. f. Phys. **43**, 563, 1927.

New York, Columbia University, 17. August 1927.

(Eingegangen 17. August 1927.)

Zur Frage nach der Gestalt der CO_2-Molekel.

(Bemerkung zur Arbeit von N. Stark u. O. Blüh.)

Von

Clemens Schaefer.

In dieser Zeitschrift[1]) haben die Herren N. Stark und O. Blüh einige Berechnungen über die Adsorption der Kohlensäure mitgeteilt, bei denen sie die Voraussetzung machen, daß die CO_2-Molekel geradlinig (ein „Stangenquadrupol") sei. Sie finden, daß die berechnete Adsorption „verlaufsmäßig" mit der Erfahrung in Übereinstimmung sei.

Selbst wenn man davon absieht, daß der ganzen Rechnung ein stark idealisierter Adsorptionsprozeß zugrunde gelegt ist, würde sie m. E. nur dann etwas für die geradlinige Gestalt der CO_2-Molekel beweisen können, wenn die Verff. gezeigt hätten, daß die von Dennison[2]), Philipps und mir[3]) angegebene gewinkelte Gestalt für die CO_2-Molekel unverträglich mit den Beobachtungen sei. Dies haben die Verff. jedoch gar nicht versucht, und der Titel ihrer Abhandlung erscheint mir daher in gewissem Sinne irreführend, indem man versucht ist, zu schließen, daß in derselben bündige Schlüsse auf die Gestalt der CO_2-Molekel gezogen würden. —

Ich will an dieser Stelle nicht auseinandersetzen, warum mir noch immer die gewinkelte Gestalt, die wir aus Ultrarotmessungen erschlossen haben, als die wahrscheinlichere erscheint. Ich will nur noch darauf hinweisen, daß es m. E. keinen Zweck hat, über diese Frage zu diskutieren, solange nicht von den Anhängern der Geradlinigkeit gezeigt wird, daß und warum die Messungen des elektrischen Moments der CO_2 von Weigt[1]), Jona[2]) v. Braunmühl[3]) und Kliefoth[4]) falsch sind. Mir persönlich scheinen die Messungen v. Braunmühls und die von Kliefoth (nach anderer Methode) angestellten vorläufig volles Vertrauen zu verdienen.

1) N. Stark u. O. Blüh, Physik. Zeitschr. **28**, 502, 1927.
2) Dennison, Phil. Mag. (7), **1**, 195, 1926.
3) Cl. Schaefer u. B. Philipps, Zeitschr. f. Phys. **36**, 641, 1926.

1) H. Weigt, Physik. Zeitschr. **22**, 643, 1921.
2) Jona, ibid. **20**, 14, 1919.
3) v. Braunmühl, ibid. **28**, 141, 1927.
4) W. Kliefoth, Zeitschr. f. Phys. **39**, 402, 1926.

Breslau, Physik. Institut der Universität, im August 1927.

(Eingegangen 19. August 1927.)

BESPRECHUNGEN.

A. S. Eddington, Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung. (Mit einem Anhang von A. Einstein: Eddingtons Theorie und Hamiltonsches Prinzip.) Gr. 8°. XIV und 377 S. Berlin, J. Springer. 1925. M. 18.—, geb. M. 19.50.

Das vorliegende Buch ist die von A. Ostrowski und H. Schmidt besorgte Übersetzung des englischen Originalwerkes The Mathematical Theory of Relativity und als Band XVIII in der von R. Courant herausgegebenen Sammlung: Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften erschienen. In einer Einleitung und 7 Kapiteln, die in 103 Paragraphen unterteilt sind, behandelt es das gesamte mit dem Namen Relativitätstheorie bezeichnete Gedankenwerk, soweit es innerhalb des Rahmens des gesicherten Wissens liegt, und führt auch in einzelnen Ausblicken über diesen hinaus, aber nicht ohne solche Grenzüberschreitungen deutlich kenntlich zu machen.

Die Einleitung legt den Grund in der scharfen Definition der physikalischen Größe, die als Abbild einer Weltbeziehung aufzufassen ist. Das 1. Kapitel: Elemente der Theorie entwickelt die Grundgedanken der Relativitätstheorie, insbesondere der speziellen, und führt an die Tore der allgemeinen heran. Nachdem im 2. Kapitel die notwendigen mathematischen Entwicklungen des mehrdimensionalen Tensorkalküls gegeben sind, wird im 3. das Einsteinsche Gravitationsgesetz mit seinen drei bekannten der Beobachtung zugänglichen Folgerungen behandelt. Das 4. Kapitel: Relativistische Mechanik baut nach einer Ergänzung des Kalküls, die sich auf die Einführung skalarer und tensorieller Dichten bezieht, die Gravitationstheorie in der Richtung des Materie-Energietensors weiter aus, während das 5.: Die Krümmung des raumzeitlichen Kontinuums neben einer eleganten Interpretation des Einsteinschen Gesetzes besonders die zylindrische und die sphärische Welt Einsteins und de Sitters bespricht. Das 6. Kapitel ordnet die Elektrizität in die bisherigen Gedankengänge ein, und das Schlußkapitel: Die Weltgeometrie bringt die Krönung des Ganzen. Es trägt im 1. Teile die bekannte Weylsche Theorie von der Maßstabeichung und der Nichtintegrabilität der Streckenübertragung und der dadurch gewonnenen Erklärungsmöglichkeit des Elektromagnetismus vor, während der 2. Teil die von dem Verfasser schon im Jahre 1921[1]) entwickelte verallgemeinerte Theorie enthält. Diese errichtet das Gebäude der Geometrie auf dem Gedanken der Parallelverschiebung, gelangt damit zur Bildung gewisser von jeder Eichung unabhängigen Tensoren und Invarianten und gibt auf diesem Boden eine noch allgemeinere Erklärung des

1) A. S. Eddington, A Generalisation of Weyls Theory etc. Proc. Roy. Soc. (A) **99**, 1921, S. 104.

Elektromagnetismus, die die Weylsche als besonderen Fall umfaßt. Den Abschluß bildet in der deutschen Ausgabe eine Note über die (damalige) neue Einsteinsche Theorie des Elektromagnetismus[1]) und der schon oben genannte Anhang von A. Einstein selbst. Auf diesen Seiten kommen beide Forscher zu interessanten Weiterbildungen der Theorie, die sich im wesentlichen identisch erweisen.

Es wirkt nach all diesen großartigen Gedankengängen doch wie ein kleiner Dämpfer auf die hochgespannten Erwartungen, wenn Einstein am Schluß resigniert bekennt, daß für ihn das Endergebnis leider in dem Eindruck besteht, daß uns die Weyl-Eddingtonsche Vertiefung der geometrischen Grundlagen keinen Fortschritt der physikalischen Erkenntnis zu bringen vermag. Für den Kenner der Sachlage enthält dies Urteil des anerkannten Führers natürlich keine Verdammung des Eddingtonschen Werkes; denn es bezieht sich nur auf das letzte Kapitel, dessen Gedankentiefe durchaus anerkannt wird, und es beklagt nur die Tatsache, daß es auch Eddington und Weyl noch nicht gelungen ist, die letzten Fragen völlig befriedigend zu lösen. Wer selbst mit diesem Problem gerungen hat, weiß, daß in dieser Feststellung kein Tadel liegt. Im übrigen ist sich Eddington dessen auch völlig bewußt, daß seine Theorie keine Rechenschaft sowohl von der Existenz des Elektrons wie von der der Quanten gibt, und will sie auch bloß bis an diese Grenzen durchführen.

In dieser Beschränkung aber ist das Werk ein Meisterwerk. Kristallklar zieht der Fluß der Gedanken vom ersten Anfang bis zu den letzten Folgerungen; scharf und deutlich werden vage metaphysische Hirngespinste, die sich an die mathematisch-physikalischen Gedankengänge anschließen könnten, abgewiesen, andrerseits aber das Recht der Naturwissenschaft betont, sich die Grundlagen ihrer Begriffsbildungen selbst zu schaffen. So ist das Werk wohl geeignet, neben denen von Weyl und v. Laue ein trefflicher Führer in den Gedankengängen der Relativitätstheorie zu sein. Das reichhaltige Literaturverzeichnis und das Register mögen dabei nicht unerwähnt bleiben.

Zum Schluß noch ein paar Worte über die Übersetzung. Ein Vergleich mit dem Originalwerk zeigt, daß überall der Inhalt der englischen Sätze richtig und in einem Ausdruck wiedergegeben ist, der bis auf belanglose Einzelheiten nichts zu wünschen übrig läßt. Dabei hält sich die Sprache von einem sklavischen Festkleben an den einzelnen Worten durchaus fern, so daß das Buch sich wie ein deutsches Originalwerk liest. Das wirkt nicht wenig dazu mit, das Lesen des Werkes zu einem Genuß zu machen. Durch erläuternde Anmerkungen tragen die Übersetzer ihrerseits dazu bei, etwaige Schwierigkeiten zu beseitigen.

Reichenbächer.

1) A. Einstein, Zur allgemeinen Relativitätstheorie Berl. Ber. 1923, S. 32, 76, 137.

H. Danneel, Elektrochemie und ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. III. Energie. 149 S. Mit 18 Fig. Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1926. Preis geb. M. 1.25.

Der 3. Band der in der Sammlung Göschen erscheinenden Elektrochemie bringt zunächst allgemeine thermodynamische Auseinandersetzungen, die etwa ein Drittel des Bändchens ausmachen und denen die wichtigsten Anwendungen auf elektrochemische Fragen folgen. Damit wird z. T. ein in dem 1. Bändchen des Werkes nur kurz behandeltes Gebiet eingehender beschrieben (Lehre von der elektrochemischen Stromerzeugung); darüber hinaus finden sich besonders Angaben über galvanische Elemente und über die Anwendungen elektrochemischer Messungen in der Chemie. Für den Anfänger oder für den Außenstehenden, welche erfahrungsgemäß gerne zu den wohlfeilen Darstellungen dieser Sammlung greifen, wäre eine Liste von ausführlicheren Werken und von wichtigen Monographien wünschenswert, worin sie sich nötigenfalls eingehendere Belehrung verschaffen und mit deren Hilfe sie zu der Originalliteratur vordringen können.

L. Ebert.

J. Ponsinet, Principes de l'Electrochimie. 215 Seiten. Mit 35 Fig. Bd. 87 der Collection Armand Colin, Paris. 1927.

Wenn auch diese allgemein verständliche Einführung für deutsche Leser praktisch wenig wichtig sein dürfte, soll doch kurz darauf verwiesen werden, daß in dem prägnant geschriebenen Werkchen eine übersichtlich gegliederte und ohne Umwege fortschreitende Darstellung der älteren Elektrochemie vorliegt.

L. Ebert.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent für anorganische, physikalische und Elektrochemie an der Universität Graz Dr. Robert Müller zum a. o. Professor ebenda.

Berufen: Der a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Leipzig, Dr. Georg Wentzel zum ord. Professor der mathematischen Physik an der Universität Halle.

Rücktritt vom Lehramt: Der ord. Professor für theoretische Physik an der Universität Rostock Dr. Walter Schottky (zwecks Übernahme einer Stellung als wissenschaftlicher Leiter bei der Zentralabteilung der Firma Siemens & Halske in Berlin).

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Astronomie und Versicherungswissenschaft an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Martin Brendel.

Gestorben: Der Leiter der mikrophotographischen Abteilung vom Institut Robert Koch in Berlin Professor Emil Zettnow, der Leiter der physikalischen und chemischen Abteilung des Nobel-Institutes und frühere ord. Professor der Physik an der Hochschule in Stockholm Dr. Svante A. Arrhenius.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.